
Đề Thi Chọn Học Sinh Giỏi Lớp 9 Tỉnh Hưng Yên 2018-2019

1. Tính giá trị của biểu thức

$$A = \sqrt{3 + \sqrt{5}} + \sqrt{3 - \sqrt{5}}$$

2. a) Giải phương trình

$$(\sqrt{x+2} + 1)(4-x) = 2(x+1).$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 2y = \frac{2}{x} - 1 \\ x^2 - \frac{4}{x^2} + 1 = 4y(x-y) \end{cases}$$

3. a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng tham số m sau

$$\begin{aligned} (d_1) : y &= (m^2 - 5m)x + 2m, \\ (d_2) : y &= -6x + m + 3. \end{aligned}$$

Tìm m để hai đường thẳng đó song song với nhau.

b) Một robot chuyển động từ A đến B theo cách sau: đi được $5m$ thì dừng 1 giây, rồi đi tiếp $10m$ dừng lại 2 giây, rồi đi tiếp $15m$ thì dừng lại 3 giây,... Cứ như vậy, robot đi từ A đến B kể cả nghỉ hết 551 giây. Tính quãng đường robot chuyển động từ A đến B . Biết rằng khi đi, robot chuyển động với vận tốc $2,5m/\text{giây}$.

4. Cho ba điểm cố định A, B, C thẳng hàng theo thứ tự đó. Một đường tròn (O) thay đổi luôn đi qua B và C . Vẽ các tiếp tuyến AD và AE với đường tròn (O) , D và E là các tiếp điểm.

a) Chứng minh rằng $AD = \sqrt{AB \cdot AC}$. Từ đó suy ra D thuộc một đường tròn cố định.

b) Gọi MN là đường kính của đường tròn (O) vuông góc với BC . Gọi K là giao

điểm của AM với đường tròn (O) . Chứng minh rằng ba đường thẳng AB , DE và NK đồng quy.

5. a) Cho tam giác ABC có góc A là góc tù. Chứng minh rằng

$$\sin(B + C) = \sin B \cos C + \cos B \sin C.$$

b) Trên mặt phẳng có 25 điểm phân biệt, biết rằng trong 3 điểm bất kỳ đã cho bao giờ cũng tìm được 2 điểm có khoảng cách giữa chúng nhỏ hơn 1. Chứng minh rằng tồn tại một hình tròn có bán kính 1 chứa không ít hơn 13 điểm trong 25 điểm nói trên.

6. Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $\left(\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2018}\right)^2 \leq 2019a^2b^2c^2$. Tìm giá trị lớn nhất của

$$P = \frac{a}{a^2 + bc} + \frac{b}{b^2 + ca} + \frac{c}{c^2 + ab}$$
