Đề Thi Chọn Học Sinh Giỏi Lớp 12 Tỉnh Đắk Lắk 2022-2023

1. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ có đồ thị (C_m) với m là tham số.

   a) Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị (C_m) có hai điểm cực trị.

   b) Khi (C_m) có hai điểm cực trị A và B, tìm m để khoảng cách từ điểm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{11}{4}\right)$ đến đường thẳng AB lớn nhất.

2. a) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình

$$m \cdot 9^x - (2m+1) \cdot 6^x + m \cdot 4^x \leq 0$$

   nghiệm đúng với mọi $x \in (0;1)$.

   b) Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + x^2 + cx + d$ với $a \neq 0$ có đồ thị là (C) và Parabol $(P): y = g(x) = mx^2 + p$. Biết (C) cắt (P) tại ba điểm A, B, C có hoành độ lần lượt là $-1; 1; 2$ thỏa mãn $AC = \sqrt{18}$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P).

   c) Cho đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn (O). Gọi S là tập hợp các đường thẳng đi qua hai đỉnh bất kỳ của đa giác. Chọn ngẫu nhiên hai đường thẳng từ tập S. Tìm xác suất để chọn được hai đường thẳng có giao điểm nằm trong đường tròn (O).

3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, $SA = AB = a$, $SB = SD$. Lấy M là điểm tùy ý trên đoạn thẳng OA (M khác O và A). Mặt phẳng (α) qua M, song song với SA và BD, cắt AB, SB, SD, AD lần lượt tại E, F, G, H.

   a) Tứ giác $EFGH$ là hình gì? Vì sao?

   b) Xác định vị trí của M để diện tích tứ giác $EFGH$ đạt giá trị lớn nhất.

4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$, $B(5;2;0)$. Xét hai điểm $M(a;b;c)$, $N(d;e;f)$ thỏa mãn tam giác MAB có diện tích bằng 20 và tam giác NAB vuông tại N. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = (a-d)^2 + (b-e)^2 + (c-f)^2.$$

5. a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 4y^3 - 12y^2 + 13y - 5 &= (4x+9)\sqrt{x+2} \\ 2\left(x^2 - 5(y-1)^2\right) &= 3(y-1)\sqrt{x^2-4x-8} \end{cases}$$

b) Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{\frac{a}{b+c-a}} + \sqrt{\frac{b}{c+a-b}} + \sqrt{\frac{c}{a+b-c}}.$$