

Đề Thi Chọn Học Sinh Giỏi Lớp 12 Tỉnh Hải Dương 2022-2023

1. a) Cho hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng (d) có phương trình $y = -2x + m$ với m là tham số. Tìm m để đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại hai điểm A và B phân biệt sao cho $AB = \sqrt{5}$.
- b) Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m - 1$ có đồ thị (C_m) với m là tham số. Tìm m để đồ thị (C_m) có ba điểm cực trị là ba đỉnh của tam giác vuông cân.
2. a) Một nhóm 15 học sinh gồm 6 học sinh lớp A , 5 học sinh lớp B , 4 học sinh lớp C . Lấy ngẫu nhiên 7 học sinh trong nhóm trên. Tính xác suất để 7 học sinh lấy ra có đủ cả 3 lớp và số học sinh lớp B bằng số học sinh lớp C .
- b) Giải phương trình

$$\frac{x^3 + 3x^2 - 4x + 1}{x^2 + 3} = \sqrt{x^2 - x + 1}.$$

3. a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2y^3 + 6y^2 + 7y + 3 + (3 - 2x)\sqrt{x - 2} = 0 \\ y + \sqrt{2y^2 + 4y + 3} = 3 + \sqrt{7 - x} \end{cases}$$

- b) Cho tam giác ABC vuông cân tại A có trọng tâm G . Gọi E, H lần lượt là trung điểm của AB, BC . D là điểm đối xứng với H qua A , I là giao điểm của đường thẳng AB và đường thẳng CD . Biết $D(-1; -1)$, đường thẳng IG có phương trình $6x - 3y - 7 = 0$ và điểm E có hoành độ bằng 1. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .
4. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° .
- a) Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

b) Gọi G là trọng tâm của tam giác SAC , M là điểm thuộc cạnh SB sao cho $SM = \frac{1}{4}SB$. Tính góc giữa hai đường thẳng GM và BC .

5. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng a . Đường thẳng d đi qua D_1 và tâm O của hình vuông BCC_1B_1 . Đoạn thẳng MN có trung điểm K thuộc đường thẳng d , biết M thuộc mặt phẳng (BCC_1B_1) , N thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MN .

6. Cho a, b, c là các số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{a^2}{(a+b)^2} + \frac{b^2}{(b+c)^2} + \frac{4c^3}{3(c+a)^3}.$$