

Đề Thi Chọn Học Sinh Giỏi Lớp 12 Tỉnh Khánh Hòa 2022-2023

1. Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m + 1$ có đồ thị (C_m) .

a) Với $m = 1$, tính diện tích của tam giác có 3 đỉnh là 3 điểm cực trị của đồ thị (C_1) .

b) Tìm tất cả các giá trị dương của tham số m để đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt và tiếp tuyến của (C_m) tại giao điểm có hoành độ lớn nhất hợp với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 24.

2. Cho hàm số $f(t) = \log_{2022}\left(\frac{t}{a-t}\right)$ xác định trên $(0; a)$ với a là tham số thực dương. Tìm tất cả các giá trị của a để tồn tại hai số thực $x, y \in (0; a)$ thỏa mãn $f(x) + f(y) = 0$ và $e^{x+y} \leq e(x+y)$.

3. a) Giải phương trình sau trên tập hợp số thực

$$(x+1)^3 + 2 = 3\sqrt[3]{3x+1}.$$

b) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình sau có nghiệm thực

$$\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^6 + 3 - m = 3\sqrt[3]{3\sin x + m}.$$

4. a) Bạn An chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp gồm 19 quả cầu được đánh số thứ tự từ 1 đến 19. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho các số thứ tự ghi trên 3 quả cầu có tổng chia hết cho 4.

b) Biết rằng với mỗi $n \in \mathbb{N}^*$, luôn tồn tại duy nhất hai số nguyên dương a_n, b_n sao cho $(2 + \sqrt{3})^n = a_n + b_n\sqrt{3}$. Chứng minh $(a_{n+2} + 1)(a_n + 1)$ là số chính phương, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

5. Cho hình chóp $S \cdot ABC$ có $SA = 2a$, $SB = 6a$, $SC = 3a$ và $\widehat{ASB} = 60^\circ$, $\widehat{BSC} = 90^\circ$, $\widehat{CSA} = 120^\circ$.

a) Gọi E, F lần lượt là các điểm thuộc cạnh SB, SC sao cho $\frac{SE}{SB} = \frac{1}{3}$, $\frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$.

Chứng minh tam giác AEF vuông và tính thể tích khối chóp $S.AEF$ theo a . Từ đó suy ra thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a .

b) Qua điểm G thay đổi bên trong tam giác ABC , dựng các đường thẳng (d_1) song song với SA và cắt mp(SBC) tại điểm A' , (d_2) song song với SB và cắt mp(SCA) tại điểm B' , (d_3) song song với SC và cắt mp(SAB) tại điểm C' . Chứng minh

$$\frac{GA'}{SA} + \frac{GB'}{SB} + \frac{GC'}{SC}$$

không phụ thuộc vào vị trí của điểm G . Xác định vị trí của điểm G để tứ diện $GA'B'C'$ có thể tích lớn nhất.

6. Cho a, b là các số thực dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2 + 2}} - \frac{1}{(a+1)(b+1)}.$$