

Đề Thi Chọn Học Sinh Giỏi Lớp 12 Tỉnh Quảng Ngãi 2022-2023

1. a) Giải phương trình

$$16^x - (3x + 4) \cdot 4^x + 9x + 3 = 0.$$

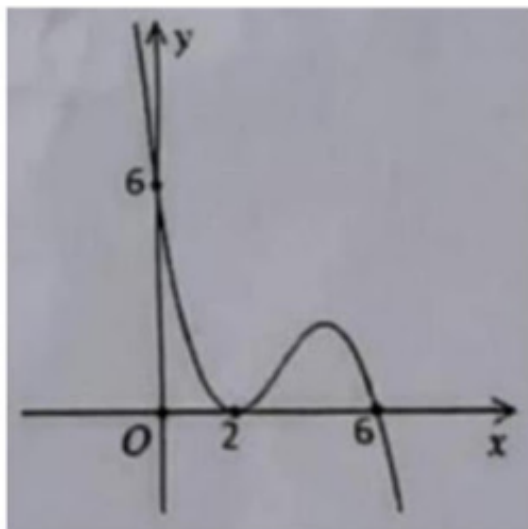
b) Cho phương trình

$$\log_2 \frac{3x^2 + 3x + m + 1}{2x^2 - x + 1} = x^2 - 5x + 2 - m$$

(m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm dương phân biệt.

2. a) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = x$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-5}{x+m}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $OA + OB = 6\sqrt{2}$.

b) Cho hàm đa thức bậc bốn $y = f(x)$. Biết đồ thị của hàm số $y = f'(2-x)$ là đường cong ở hình vẽ bên. Tìm các điểm cực trị của hàm số $h(x) = 2f(x^2) - \frac{5}{7}x^7$.



3. a) Cho hình hộp đứng $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, góc $\widehat{BAD} = 120^\circ$ và khoảng cách từ B đến đường thẳng $B'D$ bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối hộp đã cho.
- b) Cho tứ diện $ABCD$. Hai điểm E, F lần lượt di động trên hai đoạn thẳng BC, BD sao cho E không trùng với B, C ; F không trùng với B, D và $2BC \cdot BF + 3BD \cdot BE = 10BE \cdot BF$. Gọi V, V' lần lượt là thể tích của các khối tứ diện $ABCD, ABEF$. Tìm giá trị nhỏ nhất của tỉ số $\frac{V'}{V}$.
4. Cho tập hợp $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số thuộc tập X . Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để số được chọn nhỏ hơn 2023.
5. Cho các số thực a, b, c thay đổi thỏa mãn $a \geq -1, b \geq -1, c \geq -4$ và $a + b + c = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{a^2}{a^2 + b^2 + 4(ab + 1)} + \frac{b^2 - 1}{c^2 + 2c + 2}.$$