

Đề Thi Chọn Học Sinh Giỏi Lớp 12 Tỉnh Yên Bái 2022-2023

1. a) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- b) Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{x+2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d : y = -2x + m$ (m là tham số thực). Chứng minh rằng d cắt (C) tại hai điểm A, B phân biệt với mọi tham số thực m . Gọi k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại A và B . Tìm tất cả các giá trị của m để $P = (k_1)^{2022} + (k_2)^{2022}$ đạt giá trị nhỏ nhất.
2. Cho đa giác (H) có 20 đỉnh nội tiếp một đường tròn. Chọn bốn đỉnh tùy ý của (H) . Tính xác suất để chọn được bốn đỉnh tạo thành một tứ giác lồi có bốn cạnh đều là đường chéo của (H) .
3. Giải phương trình sau trên tập số thực
- $$\sqrt{x^2 - x + 1} = \frac{x^3 + 3x^2 - 4x + 1}{x^2 + 3}.$$
4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SC và mặt phẳng (SAB) bằng 30° . Gọi M, N lần lượt là các điểm thuộc cạnh BC, CD sao cho $BM = 2MC$ và $CN = 2ND$.
- a) Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.
- b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DM và SN .
5. Cho hình chữ nhật $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O) . Tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) cắt AB tại P . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của PB, PC . Đường thẳng DP cắt đường tròn (O) tại G khác D .
- a) Chứng minh KB là tiếp tuyến của đường tròn (O) và tứ giác $AOGI$ nội tiếp.
- b) Gọi J là giao điểm của BC và AG . Chứng minh ba điểm O, J, P thẳng hàng.
6. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức
- $$P = \frac{25a^2}{\sqrt{2a^2 + 7b^2 + 16ab}} + \frac{25b^2}{\sqrt{2b^2 + 7c^2 + 16bc}} + \frac{c^2(3+a)}{a}.$$
7. Tìm tất cả các cặp số tự nhiên (m, n) để $A = 3^{3m^2+6n-61} + 4$ là một số nguyên tố.