

Câu 1: Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{x+1} = 8$.

- A. $S = \{2\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{3\}$. D. $S = \{4\}$.

Câu 2: Biết $\int_1^5 f(x) dx = 4$. Giá trị của $\int_1^5 3f(x) dx$ bằng

- A. 12. B. $\frac{4}{3}$. C. 64. D. 7.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2) = 1$ là

- A. $x=1$. B. $x=5$. C. $x=-1$. D. $x=3$.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -4$ và công bội $q = 5$. Tính u_4 .

- A. $u_4 = 600$. B. $u_4 = -500$. C. $u_4 = 200$. D. $u_4 = 800$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x) = x - \sin 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \sin x + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$.
C. $\int f(x) dx = x^2 + \frac{\cos 2x}{2} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{\cos 2x}{2} + C$.

Câu 6: Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				5		$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

- A. $x=2$. B. $x=0$. C. $x=5$. D. $x=1$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -4; 3)$, bán kính $R = 3\sqrt{2}$ là

- A. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 3\sqrt{2}$. B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 18$.
C. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 18$. D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 18$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; -1), B(2; 3; 2)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có toạ độ là

- A. $(3; 4; 1)$. B. $(1; 2; 3)$. C. $(3; 5; 1)$. D. $(2; 2; 3)$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b f^2(x) dx$. B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \int_a^b f(x) dx$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là

A. $[1; +\infty)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(0; +\infty)$.

Câu 11: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. $M = -5$.

B. $M = \frac{1}{3}$.

C. $M = -\frac{1}{3}$.

D. $M = 5$.

Câu 12: Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 20 học sinh?

A. 3^{20} .

B. A_{20}^3 .

C. C_{20}^3 .

D. 20^3 .

Câu 13: Đạo hàm của hàm số $y = 7^x$ trên $\mathbb{R}$ là

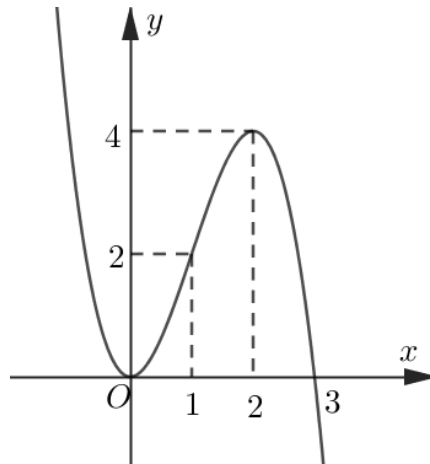
A. $y' = 7^x \ln 7$.

B. $y' = x \cdot 7^{x-1}$.

C. $y' = 7^{x-1} \ln 7$.

D. $y' = \frac{7^x}{\ln 7}$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(1; 3)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(0; +\infty)$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = x^4 + x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = x^5 + x^3 + C$.

B. $\int f(x) dx = 4x^3 + 2x + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$.

D. $\int f(x) dx = x^4 + x^2 + C$.

Câu 16: Cho hình trụ có bán kính đáy $R = 8$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

A. 64π .

B. 24π .

C. 192π .

D. 48π .

Câu 17: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 5x$ với trục hoành là

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Câu 18: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = -1$.

B. $y = \frac{1}{4}$.

C. $y = 4$.

D. $y = 1$.

Câu 19: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và chiều cao bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ là?

A. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. 1.

Câu 20: Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại?

A. $\{3; 3\}$.

B. $\{3; 5\}$.

C. $\{4; 3\}$.

D. $\{3; 4\}$.

Câu 21: Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối hộp chữ nhật có kích thước $a, a\sqrt{3}, 2a$ là:

- A. $8a^2$. B. $4\pi a^2$. C. $16\pi a^2$. D. $8\pi a^2$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

- A. $x=3$. B. $x=0$. C. $x=1$. D. $x=2$.

Câu 23: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $B'C = 3a$, đáy ABC vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{a^3}{6\sqrt{2}}$. B. $V = 2a^3$. C. $V = \sqrt{2}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 24: Ký hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \sqrt{x} \cdot e^{x^2}$, trục hoành, đường thẳng $x=1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục hoành.

- A. $V = \frac{1}{4}\pi(e^2 - 1)$. B. $V = \pi(e^2 - 1)$. C. $V = \frac{1}{4}\pi e^2 - 1$. D. $V = e^2 - 1$.

Câu 25: Cho hình lăng trụ $ABCA'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = a$, biết thể tích của khối lăng trụ $ABCA'B'C'$ là $V = \frac{4a^3}{3}$. Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$.

- A. $h = \frac{8a}{3}$ B. $h = \frac{3a}{8}$ C. $h = \frac{2a}{3}$ D. $h = \frac{a}{3}$

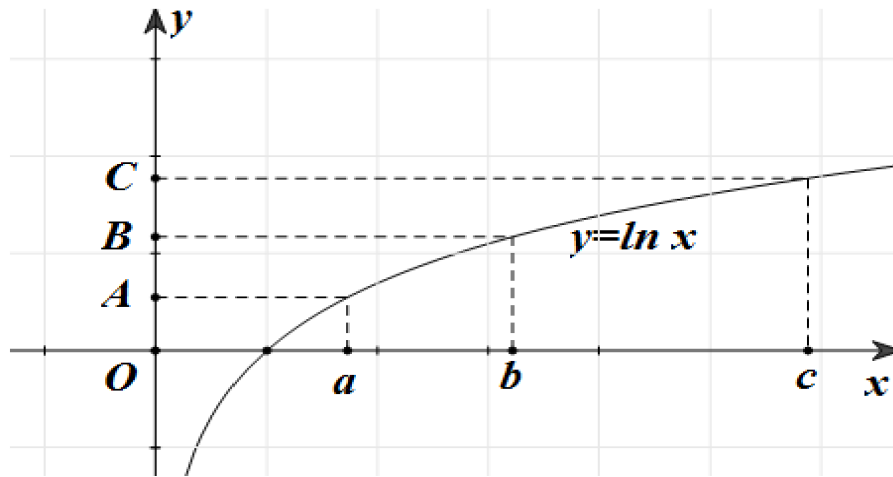
Câu 26: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x}$ trên $(-\infty; 0)$ thỏa mãn $F(-2) = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $F(x) = \ln\left(\frac{-x}{2}\right), \forall x \in (-\infty; 0)$.
 B. $F(x) = \ln|x| + C, \forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.
 C. $F(x) = \ln|x| + \ln 2, \forall x \in (-\infty; 0)$
 D. $F(x) = \ln(-x) + C, \forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.

Câu 27: Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1)dx = 6$. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; 2)$ B. $(-\infty; 0)$ C. $(0; 4)$ D. $(-3; 1)$

Câu 28: Trong hình dưới đây, điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

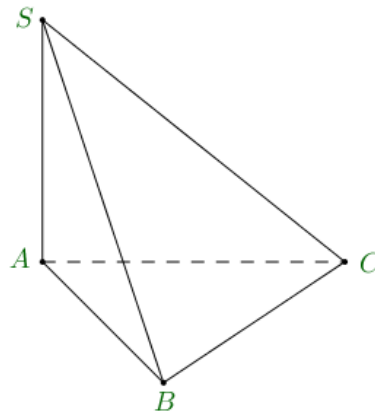


- A. $a+c=2b$ B. $ac=b^2$ C. $ac=2b^2$ D. $ac=b$

Câu 29: Cho $\log_a b = 3$, $\log_a c = -2$. Khi đó $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$ bằng bao nhiêu?

- A. 10 B. 5 C. 13 D. 8

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA=2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB=a\sqrt{2}$ (minh họa như hình vẽ).



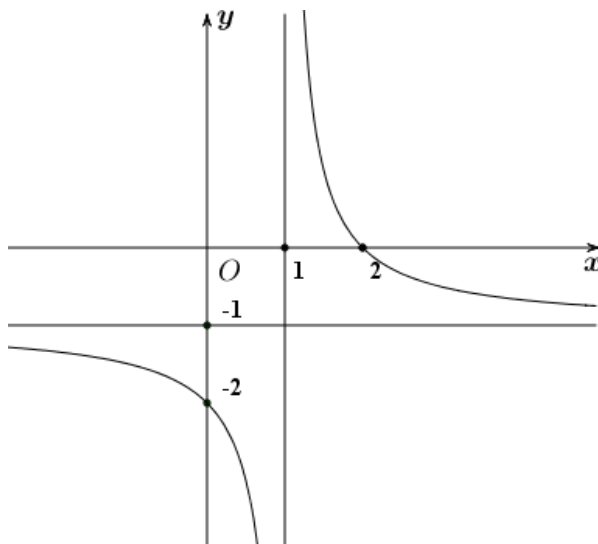
Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 90° B. 60° C. 45° D. 30°

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;0)$, $B(0;0;1)$, $C(2;1;1)$. Diện tích của tam giác ABC bằng

- A. $\frac{\sqrt{11}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

Câu 32: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$.



- A. $T = -9$ B. $T = -7$ C. $T = 12$ D. $T = 10$

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + m = 0$ là phương trình của mặt cầu?

- A. 6. B. 5. C. 7. D. 4.

Câu 34: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

- A. $S = (-\infty; 2)$. B. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = (-1; 2)$.

Câu 35: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại giao điểm của đồ thị (C) với trục tung là

- A. $y = -x + 2$. B. $y = -x + 1$. C. $y = x - 2$. D. $y = -x - 2$.

Câu 36: Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng:

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{19}{28}$. C. $\frac{16}{21}$. D. $\frac{17}{42}$.

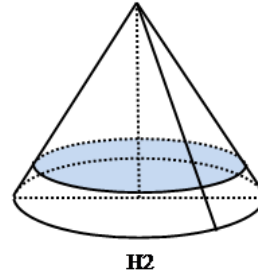
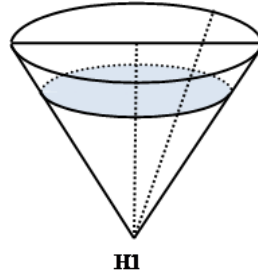
Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$		1		0	$+\infty$

Khi đó phương trình $f(x) + 1 = m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

- A. $0 < m < 1$. B. $1 \leq m \leq 2$. C. $0 \leq m \leq 1$. D. $1 < m < 2$.

Câu 38: Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là 20 cm . Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 10 cm (hình H1). Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (hình H2) thì chiều cao của cột nước trong phễu bằng $a - \sqrt[3]{b}$ (đơn vị (cm) , với a, b là các số thực dương). Tìm $a + b$.



- A. 7200. B. 7020. C. 7100. D. 7010.

Câu 39: Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC , mặt phẳng (P) chứa AM và song song BD chia khối chóp thành hai khối đa diện. Đặt V_1 là thể tích khối đa diện có chứa đỉnh S và V_2 là thể tích khối đa diện có chứa đáy $ABCD$.

Tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$ là

- A. $\frac{V_2}{V_1} = 3$. B. $\frac{V_2}{V_1} = 2$. C. $\frac{V_2}{V_1} = 1$. D. $\frac{V_2}{V_1} = \frac{3}{2}$.

Câu 40: Biết $\int_1^5 \frac{1}{1+\sqrt{3x+1}} dx = a + b \ln 3 + c \ln 5$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Giá trị của $a + 2b + 3c$ bằng:

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{5}{3}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.

Câu 41: Cho bất phương trình $\log_7(x^2 + 2x + 2) + 1 > \log_7(x^2 + 6x + 5 + m)$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên nghiệm đúng với mọi $x \in [1; 3]$.

- A. 187. B. 36. C. 198. D. 34.

Câu 42: Cho hàm số f xác định, đơn điệu giảm, có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn

$$3[f(x)]^2 = \int_0^x [8(f(t))^3 + (f'(t))^3] dt + x, \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Tích phân } \int_0^{12} (12 + f(x)) dx \text{ nhận giá trị}$$

trong khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(10; 11)$. B. $(11; 12)$. C. $(12; 13)$. D. $(13; 14)$.

Câu 43: Cho $x, y, z \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 2 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$ và hàm số $f(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x\right) \ln 2$. Đặt hàm số

$$g(x) = 2022^{f(x) + x - (x-1+\sqrt{3})\ln(x-1+\sqrt{3})} - 2023^{(x-1+\sqrt{3})\ln(x-1+\sqrt{3}) - f(x) - x}. \text{ Số nghiệm thực của phương trình } g'(x) = 0 \text{ là}$$

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 44: Cho hàm số $f(x) = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị là $\left(\frac{a}{b}; c\right)$ (với $a, b, c \in \mathbb{R}^+$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của biểu thức $M = a + 2b + 3c$ là

- A. $M = 11$. B. $M = 31$. C. $M = 19$. D. $M = 25$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x) = ax^5 + bx^3 + cx, (a > 0, b > 0)$ thỏa mãn $f(3) = -\frac{2}{3}; f(9) = 90$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho $\max_{[-1;5]} |g(x)| + \min_{[-1;5]} |g(x)| = 86$ với $g(x) = f(1-2x) + 2.f(x+4) + m$. Tổng của tất cả các phần tử của S bằng:

- A. -80. B. -148. C. -78. D. -74.

Câu 46: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 < y < 2023$ và $3^x + 3x - 6 = 9y + \log_3 y^3$.

- A. 9. B. 7. C. 8. D. 2023.

Câu 47: Trong không gian, hình lăng trụ $ABCD.MNPQ$ có tất cả các cạnh bằng $\sqrt{3}$, đáy $ABCD$ là hình thoi và $BAD = 60^\circ$. Các mặt phẳng $(ADQM)$, $(ABNM)$ cùng tạo với đáy của lăng trụ góc α thỏa mãn $\tan \alpha = 2\sqrt{11}$ và hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng $(MNPQ)$ nằm bên trong hình thoi này, Gọi O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AMNQ$. Tính thể tích khối tứ diện $OABM$.

- A. $\frac{\sqrt{33}}{88}$ B. $\frac{\sqrt{33}}{22}$ C. $\frac{3\sqrt{33}}{44}$ D. $\frac{3\sqrt{33}}{88}$

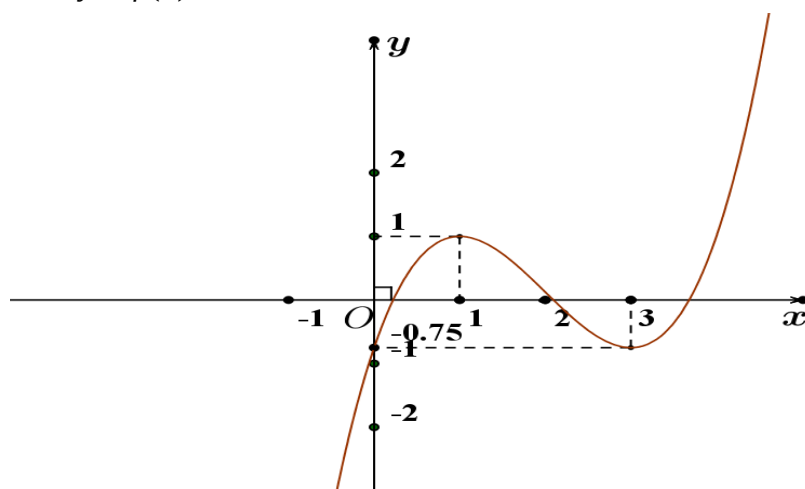
Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; 1)$. Gọi $D(a; b; c)$ là điểm sao cho $ABCD$ là hình thang có cạnh đáy AD và diện tích hình thang $ABCD$ bằng 4 lần diện tích tam giác ABC . Tính $a + b + c$

- A. -16 B. -24 C. -22 D. -12

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 + 6x + 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $(-2023; 2023)$ của tham số m để hàm số $g(x) = f(x) - (2m+4)x - 5$ nghịch biến trên $(0; 2)$

- A. 2011. B. 2010. C. 2008. D. 2009.

Câu 50: Cho $y = f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hàm số $g(x) = \left| \frac{4}{3} f(xf(x)) + 1 \right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 13. B. 9. C. 12. D. 4.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.B	4.B	5.D	6.A	7.B	8.D	9.C	10.C
11.B	12.C	13.A	14.C	15.C	16.D	17.A	18.C	19.B	20.D
21.D	22.B	23.C	24.A	25.A	26.A	27.C	28.B	29.D	30.C
31.C	32.A	33.B	34.B	35.A.B	36.C	37.D	38.B	39.B	40.A
41.A	42.B	43.D	44.C	45.D	46.C	47.D	48.A	49.A	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{x+1} = 8$.

A. $S = \{2\}$.

B. $S = \{1\}$.

C. $S = \{3\}$.

D. $S = \{4\}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^{x+1} = 8 \Leftrightarrow 2^{x+1} = 2^3 \Leftrightarrow x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 2: Biết $\int_1^5 f(x) dx = 4$. Giá trị của $\int_1^5 3f(x) dx$ bằng

A. 12.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 64.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_1^5 3f(x) dx = 3 \int_1^5 f(x) dx = 3.4 = 12$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2) = 1$ là

A. $x = 1$.

B. $x = 5$.

C. $x = -1$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_3(x-2) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \\ x-2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x = 5 \end{cases} \Rightarrow x = 5$.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -4$ và công bội $q = 5$. Tính u_4 .

A. $u_4 = 600$.

B. $u_4 = -500$.

C. $u_4 = 200$.

D. $u_4 = 800$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 = (-4) \cdot 5^3 = -500$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x) = x - \sin 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \sin x + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$.

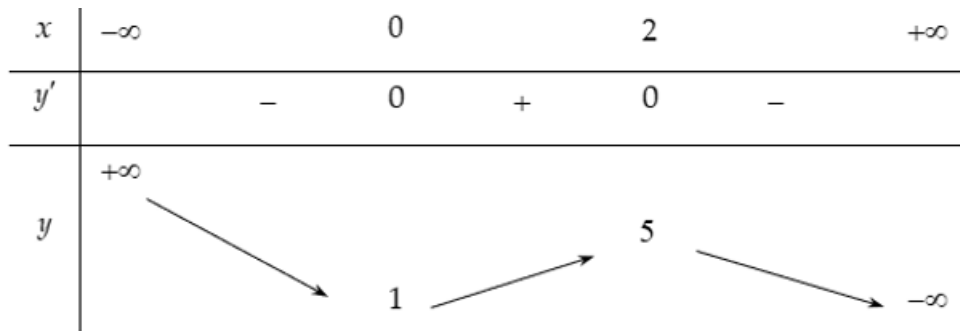
C. $\int f(x) dx = x^2 + \frac{\cos 2x}{2} + C$.

D. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{\cos 2x}{2} + C$.

Lời giải

Chọn D

Câu 6: Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

- A.** $x = 2$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Chọn A

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -4; 3)$, bán kính $R = 3\sqrt{2}$ là

- A.** $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 3\sqrt{2}$. **B.** $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 18$.
C. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 18$. **D.** $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 18$

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt cầu là:

$$(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = (3\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 18.$$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; -1), B(2; 3; 2)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A.** $(3; 4; 1)$. **B.** $(1; 2; 3)$. **C.** $(3; 5; 1)$. **D.** $(2; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AB} = (2; 2; 3)$$

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

- A.** $S = \int_a^b f^2(x) dx$. **B.** $S = \int_b^a |f(x)| dx$.
C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. **D.** $S = \int_a^b f(x) dx$.

Lời giải

Chọn C

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là

- A.** $[1; +\infty)$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{ĐKXD: } x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$$

Câu 11: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A.** $M = -5$. **B.** $M = \frac{1}{3}$. **C.** $M = -\frac{1}{3}$. **D.** $M = 5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = \frac{-8}{(x-3)^2} < 0 \quad \forall x \neq 3$

Suy ra, hàm số nghịch biến trên $[0; 2]$

Vậy $\max_{[0;2]} f(x) = f(0) = \frac{1}{3}$

Câu 12: Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 20 học sinh?

A. 3^{20} .

B. A_{20}^3 .

C. C_{20}^3 .

D. 20^3 .

Lời giải

Chọn C

Câu 13: Đạo hàm của hàm số $y = 7^x$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $y' = 7^x \ln 7$.

B. $y' = x \cdot 7^{x-1}$.

C. $y' = 7^{x-1} \ln 7$.

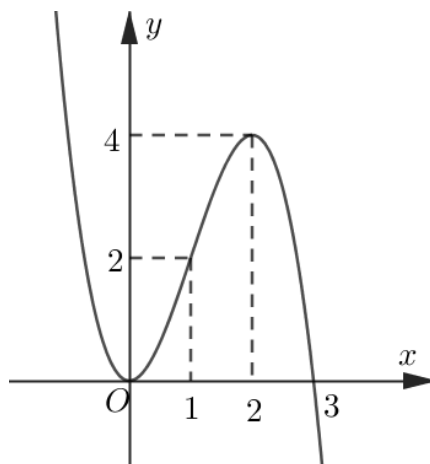
D. $y' = \frac{7^x}{\ln 7}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = 7^x \Rightarrow y' = 7^x \cdot \ln 7$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(1; 3)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = x^4 + x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = x^5 + x^3 + C$.

B. $\int f(x) dx = 4x^3 + 2x + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$.

D. $\int f(x) dx = x^4 + x^2 + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x) dx = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$.

Câu 16: Cho hình trụ có bán kính đáy $R=8$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

- A. 64π . B. 24π . C. 192π . D. 48π .

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi \cdot 8 \cdot 3 = 48\pi$.

Câu 17: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 5x$ với trục hoành là

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } -x^3 + 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{5} \end{cases}.$$

Vậy đồ thị hàm số $y = -x^3 + 5x$ có ba giao điểm với trục hoành.

Câu 18: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = -1$. B. $y = \frac{1}{4}$. C. $y = 4$. D. $y = 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 4$ nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = 4$.

Câu 19: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và chiều cao bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ là?

- A. $\frac{\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. 1.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và chiều cao bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}.$$

Câu 20: Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại?

- A. $\{3; 3\}$. B. $\{3; 5\}$. C. $\{4; 3\}$. D. $\{3; 4\}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 21: Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối hộp chữ nhật có kích thước $a, a\sqrt{3}, 2a$ là:

- A. $8a^2$. B. $4\pi a^2$. C. $16\pi a^2$. D. $8\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối hộp chữ nhật là: $R = \sqrt{a^2 + (a\sqrt{3})^2 + (2a)^2} = 2a\sqrt{2}$

Vậy diện tích mặt cầu là: $S = 4\pi R^2 = 8\pi a^2$

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

A. $x = 3$.

B. $x = 0$.

C. $x = 1$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$	0		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	+	0	-

Vậy điểm cực tiểu của hàm số là $x = 0$.

Câu 23: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $B'C = 3a$, đáy ABC vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3}{6\sqrt{2}}$.

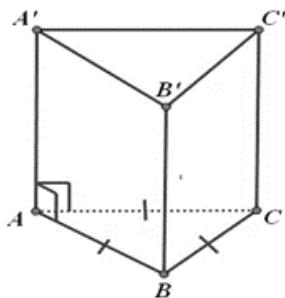
B. $V = 2a^3$.

C. $V = \sqrt{2}a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Do $\triangle ABC$ vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$ nên $BC = a$.

Xét $\triangle BB'C$ vuông tại B có: $BB' = \sqrt{B'C^2 - BC^2} = \sqrt{(3a)^2 - a^2} = 2a\sqrt{2}$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{a^2}{2}$$

Thể tích khối lăng trụ là: $V = S_{\triangle ABC} \cdot BB' = \frac{a^2}{2} \cdot 2a\sqrt{2} = \sqrt{2}a^3$.

Câu 24: Ký hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \sqrt{x} \cdot e^{x^2}$, trục hoành, đường thẳng $x = 1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục hoành.

A. $V = \frac{1}{4}\pi(e^2 - 1)$.

B. $V = \pi(e^2 - 1)$.

C. $V = \frac{1}{4}\pi e^2 - 1$.

D. $V = e^2 - 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\sqrt{x} \cdot e^{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục hoành là:

$$V = \pi \int_0^1 (\sqrt{x} \cdot e^{x^2})^2 dx = \pi \int_0^1 x e^{2x^2} dx = \frac{\pi}{4} \int_0^1 e^{2x^2} d(2x^2) = \frac{\pi}{4} e^{2x^2} \Big|_0^1 = \frac{\pi}{4} (e^2 - 1).$$

Câu 25: Cho hình lăng trụ $ABCA'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = a$, biết thể tích của khối lăng trụ $ABCA'B'C'$ là $V = \frac{4a^3}{3}$. Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$.

A. $h = \frac{8a}{3}$

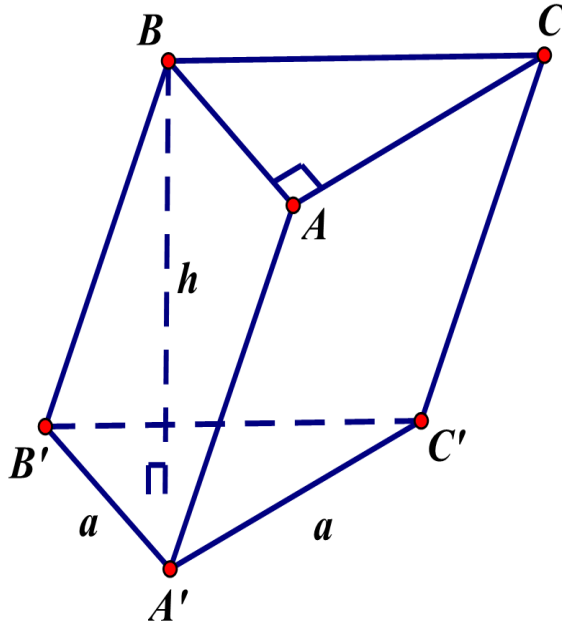
B. $h = \frac{3a}{8}$

C. $h = \frac{2a}{3}$

D. $h = \frac{a}{3}$

Lời giải

Chọn A



$$AB \parallel (A'B'C') \Rightarrow d(AB, B'C') = d(AB, (A'B'C')) = d(B, (A'B'C'))$$

$$V = S_{\triangle ABC} \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{V}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{4a^3}{3}}{\frac{a^2}{2}} = \frac{8a}{3}$$

Câu 26: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x}$ trên $(-\infty; 0)$ thỏa mãn $F(-2) = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $F(x) = \ln\left(\frac{-x}{2}\right), \forall x \in (-\infty; 0)$.

B. $F(x) = \ln|x| + C, \forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.

C. $F(x) = \ln|x| + \ln 2, \forall x \in (-\infty; 0)$

D. $F(x) = \ln(-x) + C, \forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.

Lời giải

Chọn A

Ta có $F(x) = \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C = \ln(-x) + C$ với $\forall x \in (-\infty; 0)$.

$$F(-2) = 0 \Leftrightarrow \ln 2 + C = 0 \Leftrightarrow C = -\ln 2 \Rightarrow F(x) = \ln(-x) - \ln 2 = \ln\left(\frac{-x}{2}\right).$$

Vậy $F(x) = \ln\left(\frac{-x}{2}\right), \forall x \in (-\infty; 0)$.

Câu 27: Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6$. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-1; 2)$

B. $(-\infty; 0)$

C. $(0; 4)$

D. $(-3; 1)$

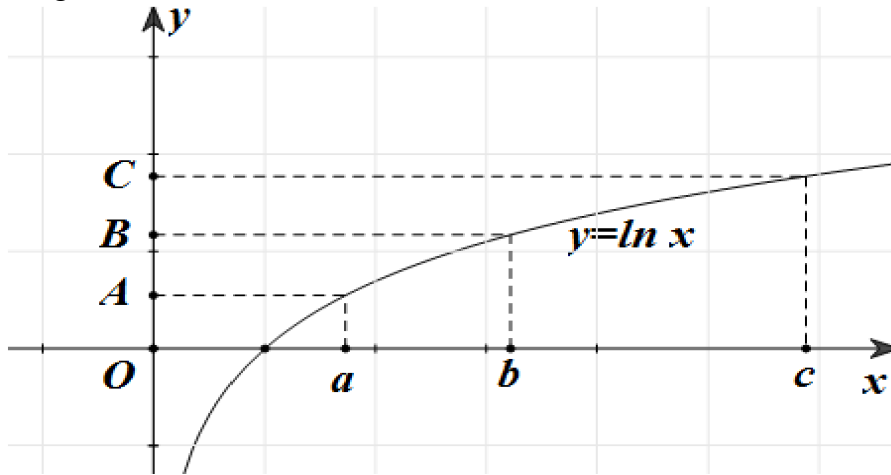
Lời giải

Chọn C

$$\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = \left(x^3 - x^2 + x \right) \Big|_0^m = m^3 - m^2 + m.$$

$$\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6 \Leftrightarrow m^3 - m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow m = 2 \in (0; 4)$$

Câu 28: Trong hình dưới đây, điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AC . Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a + c = 2b$

B. $ac = b^2$

C. $ac = 2b^2$

D. $ac = b$

Lời giải

Chọn B

Ta có $A(0; \ln a)$, $B(0; \ln b)$, $C(0; \ln c)$ và B là trung điểm của AC nên

$$\ln a + \ln c = 2 \ln b \Leftrightarrow \ln(ac) = \ln b^2 \Leftrightarrow ac = b^2$$

Câu 29: Cho $\log_a b = 3$, $\log_a c = -2$. Khi đó $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$ bằng bao nhiêu?

A. 10

B. 5

C. 13

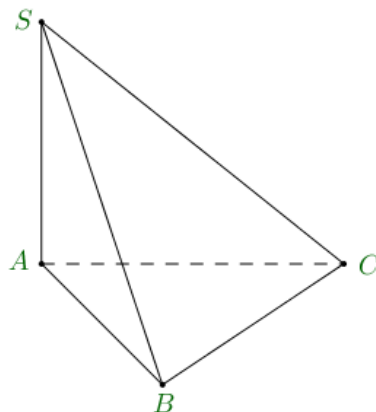
D. 8

Lời giải

Chọn D

$$\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c}) = 3 + 2 \log_a b + \frac{1}{2} \log_a c = 8.$$

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = a\sqrt{2}$ (minh họa như hình vẽ).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 90°

B. 60°

C. 45°

D. 30°

Lời giải

Chọn C

Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là góc SCA .

Ta có: $AC = AB\sqrt{2} = 2a = SA \Rightarrow \Delta SAC$ vuông cân tại $A \Rightarrow SCA = 45^\circ$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;0)$, $B(0;0;1)$, $C(2;1;1)$. Diện tích của tam giác ABC bằng

A. $\frac{\sqrt{11}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

Lời giải

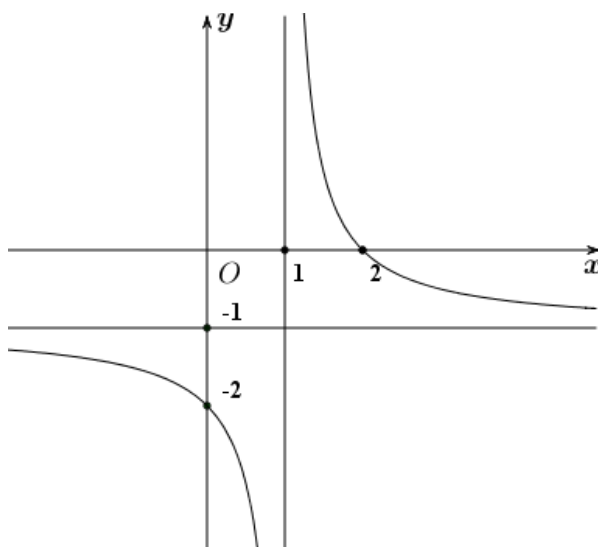
Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1;0;1)$, $\overrightarrow{AC} = (1;1;1) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-1;2;-1)$.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \left\| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right\| = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 32: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = a - 3b + 2c.$$



A. $T = -9$

B. $T = -7$

C. $T = 12$

D. $T = 10$

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$. Suy ra $c=-1$.

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-1$. Suy ra $a=-1$.

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ giao với trục tung tại điểm có hoành độ -2 . Suy ra $\frac{b}{c} = -2 \Rightarrow b=2$.

Vậy $T=-9$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + m = 0$ là phương trình của mặt cầu?

- A. 6. B. 5. C. 7. D. 4.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + m = 0$ có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$$

$$\text{Từ đó, suy ra } \begin{cases} -2a = 4 \\ -2b = -2 \\ -2c = 2 \\ d = m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \\ c = -1 \\ d = m \end{cases}.$$

Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + m = 0$ là phương trình của mặt cầu khi và chỉ khi $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0 \Leftrightarrow (-2)^2 + 1^2 + (-1)^2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 6$.

Mà m nguyên dương nên $m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Vậy có 5 giá trị nguyên dương của m thỏa đề.

Câu 34: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

- A. $S = (-\infty; 2)$. B. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = (-1; 2)$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 2x-1 \\ 2x-1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm S của bất phương trình đã cho là $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Câu 35: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại giao điểm của đồ thị (C) với trục tung là

- A. $y = -x + 2$. B. $y = -x + 1$. C. $y = x - 2$. D. $y = -x - 2$.

Lời giải

Chọn A

Hoành độ giao điểm của đồ thị (C) với trục tung là $x = 0$.

$$\Rightarrow y = 2.$$

$$y = \frac{x+2}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{-1}{(x+1)^2} \Rightarrow y'(0) = -1.$$

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm có dạng: $y = -(x-0) + 2 \Leftrightarrow y = -x + 2$.

Câu 36: Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng:

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{19}{28}$.

C. $\frac{16}{21}$.

D. $\frac{17}{42}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $n(\Omega) = C_9^3 = 84$.

Gọi biến cố A: “3 quả cầu có ít nhất 1 quả màu đỏ”.

Suy ra biến cố đối là $\bar{A}$: “3 quả cầu không có quả màu đỏ”.

$$\text{Vậy } n(\bar{A}) = C_6^3 = 20 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{20}{84} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{20}{84} = \frac{16}{21}.$$

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			1		0		$+\infty$
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Khi đó phương trình $f(x) + 1 = m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

A. $0 < m < 1$.

B. $1 \leq m \leq 2$.

C. $0 \leq m \leq 1$.

D. $1 < m < 2$.

Lời giải

Chọn D

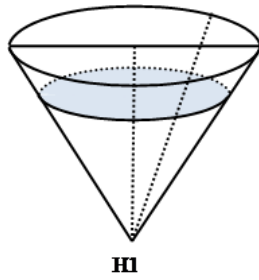
Ta có: $f(x) + 1 = m \Leftrightarrow f(x) = m - 1 (*)$.

Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m - 1$.

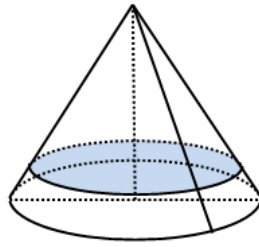
Dựa vào bảng biến thiên, đường thẳng $y = m - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt khi

$$0 < m - 1 < 1 \Leftrightarrow 1 < m < 2.$$

Câu 38: Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là 20 cm . Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 10 cm (hình H1). Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (hình H2) thì chiều cao của cột nước trong phễu bằng $a - \sqrt[3]{b}$ (đơn vị (cm), với a, b là các số thực dương). Tìm $a + b$.



H1



H2

A. 7200.

B. 7020.

C. 7100.

D. 7010.

Lời giải

Chọn B

Gọi R là bán kính đáy của phễu. Thể tích của phễu là $V_0 = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot h = \frac{20\pi}{3} R^2$

Xét hình H1:

Do chiều cao của phễu là 20cm , cột nước cao 10cm nên bán kính đường tròn thiết diện tạo bởi mặt nước và thành phễu là $\frac{R}{2}$.

Suy ra thể tích của nước trong phễu là $V_1 = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{R}{2} \right)^2 \cdot 10 = \frac{5\pi R^2}{6}$.

Xét hình H2:

Gọi x là chiều cao cột nước trong phễu. Dựa vào tam giác đồng dạng ta tìm được bán kính đường tròn giao tuyến của mặt nước và thành phễu là $\frac{20-x}{20} R, (0 < x < 20)$.

Thể tích phần không chứa nước là $V_2 = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{20-x}{20} R \right)^2 (20-x) = \frac{\pi R^2}{1200} (20-x)^3$

Suy ra thể tích nước là: $V_1 = V_0 - V_2 \Leftrightarrow \frac{5\pi}{6} R^2 = \frac{20\pi}{3} R^2 - \frac{\pi R^2}{1200} (20-x)^3$

$$\Leftrightarrow x = 20 - \sqrt[3]{7000} \approx 0,87$$

Câu 39: Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC , mặt phẳng (P) chứa AM và song song BD chia khối chóp thành hai khối đa diện. Đặt V_1 là thể tích khối đa diện có chứa đỉnh S và V_2 là thể tích khối đa diện có chứa đáy $ABCD$.

Tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$ là

A. $\frac{V_2}{V_1} = 3$.

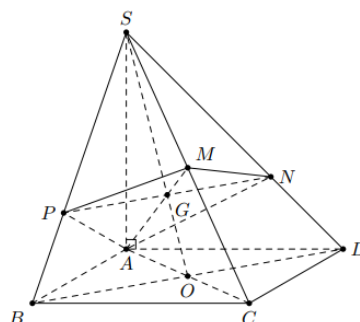
B. $\frac{V_2}{V_1} = 2$.

C. $\frac{V_2}{V_1} = 1$.

D. $\frac{V_2}{V_1} = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$.

Khi đó SO cắt AM tại G . Suy ra G là trọng tâm tam giác SAC .

$$\text{Do đó } \frac{SG}{SO} = \frac{2}{3}.$$

Trong mặt phẳng (SBD) , qua G kẻ d song song BD cắt SD , SB tại hai điểm N , P .

$$\text{Khi đó ta có } \frac{SP}{SB} = \frac{SN}{SD} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{V_1}{V_{S.ABCD}} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2} + 1 + 2\right)}{4} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_2}{V_1} = 2.$$

Câu 40: Biết $\int_1^5 \frac{1}{1+\sqrt{3x+1}} dx = a + b \ln 3 + c \ln 5$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Giá trị của $a + 2b + 3c$ bằng:

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{5}{3}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } t = \sqrt{3x+1} \Rightarrow t^2 = 3x+1 \Rightarrow \frac{2}{3}t dt = dx.$$

$$\text{Đổi cận } \begin{cases} x=1 \Rightarrow t=2 \\ x=5 \Rightarrow t=4. \end{cases}$$

$$\text{Do đó } \int_1^5 \frac{1}{1+\sqrt{3x+1}} dx = \frac{2}{3} \int_2^4 \frac{t}{1+t} dt = \frac{2}{3} \int_2^4 \left(1 - \frac{1}{1+t}\right) dt = \frac{2}{3} \left(t - \ln(1+t)\right) \Big|_2^4 = \frac{4}{3} + \frac{2}{3} \ln 3 - \frac{2}{3} \ln 5.$$

$$\text{Suy ra } a = \frac{4}{3}; b = \frac{2}{3}; c = -\frac{2}{3}.$$

$$\text{Vậy } a + 2b + 3c = \frac{2}{3}.$$

Câu 41: Cho bất phương trình $\log_7(x^2 + 2x + 2) + 1 > \log_7(x^2 + 6x + 5 + m)$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên nghiệm đúng với mọi $x \in [1; 3]$.

A. 187.

B. 36.

C. 198.

D. 34.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình $\log_7(x^2 + 2x + 2) + 1 > \log_7(x^2 + 6x + 5 + m)$ nghiệm đúng với mọi $x \in [1; 3]$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7x^2 + 14x + 14 > x^2 + 6x + 5 + m \\ x^2 + 6x + 5 + m > 0 \end{cases}, \forall x \in [1; 3] \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 6x^2 + 8x + 9 > m \\ g(x) = -x^2 - 6x - 5 < m \end{cases}, \forall x \in [1; 3]$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \min_{[1;3]} f(x) = 23 > m \\ \max_{[1;3]} g(x) = -12 < m \end{cases} \Leftrightarrow -12 < m < 23.$$

Vậy tổng các giá trị của tham số m là $\sum_{m=-11}^{22} m = 187$.

Câu 42: Cho hàm số f xác định, đơn điệu giảm, có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn

$$3[f'(x)]^2 = \int_0^x [8(f(t))^3 + (f'(t))^3] dt + x, \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Tích phân } \int_0^{12} (12 + f(x)) dx \text{ nhận giá trị}$$

trong khoảng nào trong các khoảng sau?

A. (10;11).

B. (11;12).

C. (12;13).

D. (13;14).

Lời giải

Chọn B

Lấy đạo hàm 2 vế của phương trình giả thiết ta có:

$$6f(x) \cdot f'(x) = 8(f(x))^3 + (f'(x))^3 + 1$$

$$\Leftrightarrow [f'(x) + 2f(x) + 1] \left[(f'(x))^2 - (2f(x) + 1) \cdot f'(x) + (4(f(x))^2 - 2f(x) + 1) \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow [f'(x) + 2f(x) + 1] \left[(f'(x) - (f(x)))^2 + (f(x) - 1)^2 + 2(f(x))^2 - f'(x) \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow f'(x) + 2f(x) + 1 = 0, (\text{do } f'(x) < 0)$$

$$\Leftrightarrow e^{2x} \cdot f'(x) + 2e^{2x} \cdot f(x) = -e^{2x}$$

$$\Leftrightarrow [e^{2x} \cdot f(x)]' = -e^{2x} \Rightarrow e^{2x} \cdot f(x) = -\int e^{2x} dx = -\frac{1}{2}e^{2x} + C$$

$$\text{Thay } x = 0 \Rightarrow f(0) = 0 \Rightarrow C = \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2e^{2x}} - \frac{1}{2}.$$

$$\text{Suy ra } \int_0^{12} (12 + f(x)) dx = \int_0^{12} \left(12 + \frac{1}{2e^{2x}} - \frac{1}{2} \right) dx = 11.716 \in (11;12).$$

Câu 43: Cho $x, y, z \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 2 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$ và hàm số $f(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x \right) \ln 2$. Đặt hàm số

$$g(x) = 2022^{f(x)+x-(x-1+\sqrt{3})\ln(x-1+\sqrt{3})} - 2023^{(x-1+\sqrt{3})\ln(x-1+\sqrt{3})-f(x)-x}. \text{ Số nghiệm thực của phương trình}$$

$$g'(x) = 0 \text{ là}$$

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Từ hệ } \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 2 \\ x + y + z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y + z = 2 - x \\ yz = x^2 - 2x + 1 \end{cases} \Rightarrow y, z \text{ là nghiệm của phương trình:}$$

$$t^2 - (2-x)t + x^2 - 2x + 1 = 0 \quad (1)$$

Hệ có nghiệm khi phương trình (1) có nghiệm. Tức là

$$(2-x)^2 - 4(x^2 - 2x + 1) \geq 0 \Leftrightarrow 4x - 3x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left[0; \frac{4}{3} \right].$$

$$\text{Xét hàm số } g(x) = 2022^{f(x)+x-(x-1+\sqrt{3})\ln(x-1+\sqrt{3})} - 2023^{(x-1+\sqrt{3})\ln(x-1+\sqrt{3})-f(x)-x} \text{ trên } \left[0; \frac{3}{4} \right]$$

$$\text{Đặt } h(x) = f(x) + x - (x-1+\sqrt{3})\ln(x-1+\sqrt{3}) \Rightarrow h'(x) = f'(x) - \ln(x-1+\sqrt{3}).$$

$$\text{Ta có: } g(x) = 2022^{h(x)} - 2023^{-h(x)} \Rightarrow g'(x) = h'(x) \left(2022^{h(x)} \ln 2022 + 2023^{-h(x)} \ln 2023 \right).$$

Vì $2022^{h(x)} \ln 2022 + 2023^{-h(x)} \ln 2023 > 0, \forall x \in \left[0; \frac{4}{3}\right]$ nên đó đó:

$$\begin{aligned} g'(x) = 0 &\Leftrightarrow h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) - \ln(x-1+\sqrt{3}) = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 4x + 1) \ln 2 = \ln(x-1+\sqrt{3}) \\ &\Leftrightarrow x^2 - 4x + 1 = \log_2(x-1+\sqrt{3}) \quad (2) \end{aligned}$$

Nhận xét: VT là hàm số nghịch biến trên $\left[0; \frac{3}{4}\right]$ vfa VP là hàm số đồng biến trên $\left[0; \frac{3}{4}\right]$ nên phương trình (2) nếu có nghiệm $x \in \left[0; \frac{3}{4}\right]$ thì đó là nghiệm duy nhất.

Mà $x = 2 - \sqrt{3} \in \left[0; \frac{3}{4}\right]$ thỏa mãn phương trình (2) nên $g'(x) = 0$ có duy nhất 1 nghiệm.

Câu 44: Cho hàm số $f(x) = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị là $\left(\frac{a}{b}; c\right)$ (với $a, b, c \in \mathbb{Q}^+$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của biểu thức $M = a + 2b + 3c$ là

A. $M = 11$. **B.** $M = 31$. **C.** $M = 19$. **D.** $M = 25$.

Lời giải

Chọn C

Để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị thì hàm số $y = f(x)$ phải có 2 điểm cực trị có hoành độ dương. Khi đó: $y' = f'(x) = 3x^2 - 2(2m-1)x + 2 - m = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} \Delta' = (2m-1)^2 - (2-m) > 0 \\ P = \frac{2-m}{3} > 0 \\ S = \frac{2(2m-1)}{3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{4} < m < 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow M = 19.$$

Câu 45: Cho hàm số $f(x) = ax^5 + bx^3 + cx, (a > 0, b > 0)$ thỏa mãn $f(3) = -\frac{2}{3}; f(9) = 90$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho $\max_{[-1;5]} |g(x)| + \min_{[-1;5]} |g(x)| = 86$ với $g(x) = f(1-2x) + 2.f(x+4) + m$. Tổng của tất cả các phần tử của S bằng:

A. -80 . **B.** -148 . **C.** -78 . **D.** -74 .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } f(x) = ax^5 + bx^3 + cx \Rightarrow f'(x) = 5ax^4 + 3bx^2 + c$$

$$\text{Nên: } g(x) = f(1-2x) + 2.f(x+4) + m \Rightarrow g'(x) = -2.f'(1-2x) + 2.f'(x+4)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow g'(x) &= -2[5a(1-2x)^4 + 3b(1-2x)^2 - 5a(x+4)^4 - 3b(x+4)^2] \\ &= -2[15a(x-5)(x+1)(5x^2 + 4x + 17) + 9b(x-5)(x+1)] \\ &= -2(x-5)(x+1)[15a(5x^2 + 4x + 17) + 9b] \end{aligned}$$

Với $a > 0, b > 0 \Rightarrow g'(x) \geq 0 \forall x \in [-1; 5] \Rightarrow g(x)$ đồng biến trên $[-1; 5]$

Vì $f(x) = ax^5 + bx^3 + cx \Rightarrow f(x)$ là hàm số lẻ nên $f(-9) = -f(9)$

$$\begin{cases} g(5) = f(-9) + 2f(9) + m = f(9) + m = m + 81 \\ g(-1) = 3f(3) + m = m - 7 \end{cases}$$

TH1: $(m-7)(m+81) > 0 \Leftrightarrow m < -81 \vee m > 7$

Khi đó: $\max_{[-1;5]} |g(x)| + \min_{[-1;5]} |g(x)| = |m-7| + |m-81| \geq |(7-m) + m-81| = 88 > 86$

Không thỏa mãn điều kiện bài toán.

TH2: $(m-7)(m+81) \leq 0 \Leftrightarrow -81 \leq m \leq 7$.

$$\min_{[-1;5]} |g(x)| = 0 \Rightarrow \max_{[-1;5]} |g(x)| = 86$$

$$\square \begin{cases} |m+81| = 86 \\ |m+81| \geq |m-7| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -167 \\ |m+81| \geq |m-7| \end{cases} \Leftrightarrow m = 5.$$

$$\square \begin{cases} |m-7| = 86 \\ |m-7| \geq |m+81| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -79 \\ m = 93 \\ |m-7| \geq |m+81| \end{cases} \Leftrightarrow m = -79.$$

Vậy tổng các giá trị m thỏa mãn là: $S = -79 + 5 = -74$.

Câu 46: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 < y < 2023$ và $3^x + 3x - 6 = 9y + \log_3 y^3$.

A. 9.

B. 7.

C. 8.

D. 2023.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3^x + 3x - 6 = 9y + \log_3 y^3 \Leftrightarrow 3^x + 3x + 3 = 9y + 3\log_3 y + 9$.

Đặt $\log_3 y = z$ suy ra $y = 3^z$. Do $0 < y < 2023$ nên $\log_3 y = z < \log_3 2023 < 8$.

$$\text{Ta có } 3^x + 3x + 3 = 9 \cdot 3^z + 3z + 9 \Leftrightarrow 3^{x-2} + \frac{x-2}{3} + 1 = 3^z + \frac{z}{3} + 1.$$

Xét hàm số $f(t) = 3^t + \frac{t}{3} + 1$ có $f'(t) = 3^t \ln 3 + \frac{1}{3} > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Do đó } 3^{x-2} + \frac{x-2}{3} + 1 = 3^z + \frac{z}{3} + 1 \Leftrightarrow f(x-2) = f(z) \Leftrightarrow x-2 = z.$$

Mặt khác do x nguyên nên z cũng là số nguyên bé thua 8 và do $y = 3^z$ mà y nguyên nên z phải là số nguyên không âm và bé thua 8 hay $z \in \{0; 1; 2; \dots; 7\}$ suy ra có đúng 8 cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 < y < 2023$ và $3^x + 3x - 6 = 9y + \log_3 y^3$.

Câu 47: Trong không gian, hình lăng trụ $ABCD.MNPQ$ có tất cả các cạnh bằng $\sqrt{3}$, đáy $ABCD$ là hình thoi và $BAD = 60^\circ$. Các mặt phẳng $(ADQM)$, $(ABNM)$ cùng tạo với đáy của lăng trụ góc α thỏa mãn $\tan \alpha = 2\sqrt{11}$ và hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng $(MNPQ)$ nằm bên trong hình thoi này, Gọi O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AMNQ$. Tính thể tích khối tứ diện $OABM$.

A. $\frac{\sqrt{33}}{88}$

B. $\frac{\sqrt{33}}{22}$

C. $\frac{3\sqrt{33}}{44}$

D. $\frac{3\sqrt{33}}{88}$

Lời giải

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+2=-15 \\ b-3=-6 \\ c-1=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-17 \\ b=-3 \\ c=4 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=-16.$$

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=3x^2+6x+4, \forall x \in \mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $(-2023; 2023)$ của tham số m để hàm số $g(x)=f(x)-(2m+4)x-5$ nghịch biến trên $(0; 2)$

A. 2011.

B. 2010.

C. 2008.

D. 2009.

Lời giải

Chọn A

$$g(x)=f(x)-(2m+4)x-5 \Rightarrow g'(x)=f'(x)-(2m+4)=3x^2+6x-2m.$$

Điều kiện hàm số $g(x)=f(x)-(2m+4)x-5$ nghịch biến trên $(0; 2)$ là

$$g'(x) \leq 0, \forall x \in (0; 2) \Leftrightarrow 3x^2+6x \leq 2m, \forall x \in (0; 2).$$

$$\text{Đặt } h(x)=3x^2+6x \Rightarrow h'(x)=6x+6 > 0, \forall x \in (0; 2)$$

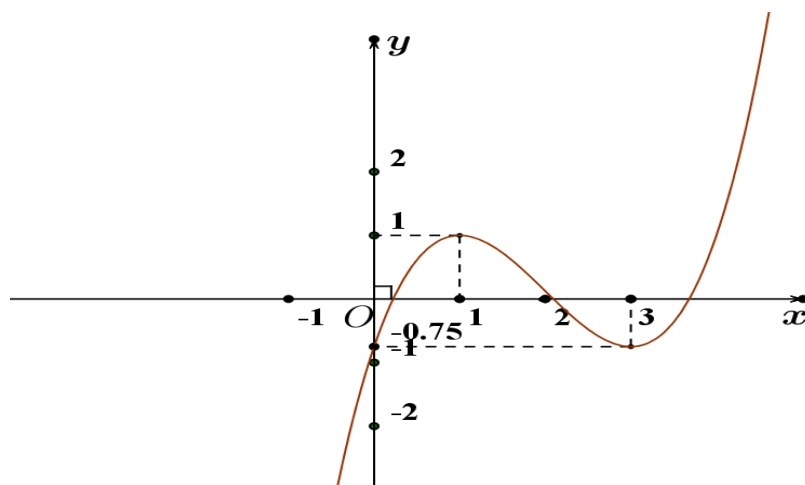
Bảng biến thiên của $y=h(x), x \in (0; 2)$.

x	0	2
$h'(x)$	+	
$h(x)$	0	24

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $2m \geq 24$.

$$\text{Do } \begin{cases} m \in \mathbb{R} \\ m \in (-2023; 2023) \\ m \geq 12 \end{cases} \Rightarrow \text{số giá trị của } m \text{ là: } 2023-12=2011.$$

Câu 50: Cho $y=f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hàm số $g(x)=\left|\frac{4}{3}f(xf(x))+1\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 13.

B. 9.

C. 12.

D. 4.

Chọn A

$$\text{Đặt } h(x) = \frac{4}{3} f(xf(x)) + 1 \Rightarrow h'(x) = \frac{4}{3} f'(xf(x)) \cdot [f(x) + xf'(x)].$$

$$\text{Khi đó } g(x) = |h(x)| = \sqrt{h^2(x)} \Rightarrow g'(x) = \frac{h(x) \cdot h'(x)}{\sqrt{h^2(x)}}.$$

$$g'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} h(x) = 0 \\ h'(x) = 0 \end{cases}.$$

Từ đồ thị ta được hàm số

$$y = f(x) = \frac{21}{16} \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x \right) - \frac{3}{4} = \frac{7}{16} x(x-3)^2 - \frac{3}{4} \Rightarrow f'(x) = \frac{21}{16} (x^2 - 4x + 3).$$

$$h(x) = 0 \Leftrightarrow f(xf(x)) + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow \frac{7}{16} xf(x)(xf(x) - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \\ (xf(x) - 3)^2 = 0 \end{cases}.$$

+ $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt khác 0 (do đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt).

+ Phương trình $(xf(x) - 3)^2 = 0$ nếu có nghiệm là nghiệm bội chẵn.

Suy ra phương trình $h(x) = 0$ có 4 nghiệm bội lẻ phân biệt.

$$\text{Xét } h'(x) = (f(x) + xf'(x)) \cdot f'(xf(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) + xf'(x) = 0 \\ f'(xf(x)) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) + xf'(x) = 0 \quad (1) \\ xf(x) = 1 \quad (2) \\ xf(x) = 3 \quad (3) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{7}{16} x^3 - \frac{21}{8} x^2 + \frac{63}{16} x - \frac{3}{4} + x \left(\frac{21}{16} x^2 - \frac{21}{4} x + \frac{63}{16} \right) = 0: \text{ có 3 nghiệm phân biệt.}$$

$$(2) \Leftrightarrow x \left(\frac{7}{16} x^3 - \frac{21}{8} x^2 + \frac{63}{16} x - \frac{3}{4} \right) - 1 = 0: \text{ có 4 nghiệm phân biệt.}$$

$$(3) \Leftrightarrow x \left(\frac{7}{16} x^3 - \frac{21}{8} x^2 + \frac{63}{16} x - \frac{3}{4} \right) - 3 = 0: \text{ có 2 nghiệm phân biệt.}$$

Các nghiệm của (1), (2) và (3) đều đôi một khác nhau.

Suy ra phương trình $h'(x) = 0$ có 9 nghiệm đơn phân biệt hay hàm số $y = h(x)$ có 9 điểm cực trị.

Do đó hàm số $y = |h(x)|$ có $9 + 4 = 13$ điểm cực trị.