

ĐỀ THI THỬ THPT MÔN TOÁN 2023 PHÁT TRIỂN TỪ ĐỀ MINH HỌA-ĐỀ 1

Câu 1: Số phức $z = 5 - 2i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là M . Tìm tọa độ điểm M

- A. $M(5; -2)$. B. $M(5; 2)$. C. $M(-5; -2)$. D. $M(-2; 5)$.

Câu 2: Tính đạo hàm của hàm số $y = 2023^x$

- A. $y' = x \cdot 2023^{x-1}$. B. $y' = 2023^x$. C. $y' = 2023^x \ln x$. D. $y' = 2023^x \ln 2023$.

Câu 3: Tìm đạo hàm của hàm số: $y = (x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}$

- A. $\frac{3}{2}(2x)^{\frac{1}{2}}$ B. $\frac{3}{4}x^{-\frac{1}{4}}$ C. $3x(x^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$ D. $\frac{3}{2}(x^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-7} < 4$ là

- A. $(-3; 3)$. B. $(0; 3)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2}$; $u_7 = -32$. Tìm q ?

- A. $q = \pm \frac{1}{2}$. B. $q = \pm 2$. C. $q = \pm 4$. D. $q = \pm 1$.

Câu 6: Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - 4z + 1 = 0$. Khi đó, một vectơ pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n} = (-2; 3; 1)$. B. $\vec{n} = (2; 3; -4)$. C. $\vec{n} = (2; -3; 4)$. D. $\vec{n} = (-2; 3; 4)$.

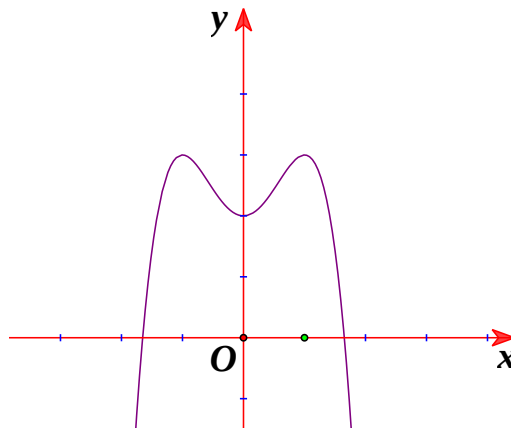
Câu 7: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2x$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 8: Biết $\int_2^3 f(x) dx = 3$ và $\int_2^3 g(x) dx = 1$. Khi đó $\int_2^3 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. 4. B. 2. C. -2. D. 3.

Câu 9: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = x^4 - 2x^2 + 2$ B. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$ C. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$ D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$

Câu 10: Tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$ là:

- A. $I(1; 2; 3); R = 3$. B. $I(-1; 2; -3); R = 3$. C. $I(1; -2; 3); R = 3$. D. $I(1; 2; -3); R = 3$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\vec{b} \perp \vec{c}$. B. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$. C. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. D. $\vec{b} \perp \vec{a}$.

Câu 12: Cho số phức $z = (1+i)^2(1+2i)$. Số phức z có phần ảo là

- A. 2. B. 4. C. $2i$. D. -4 .

Câu 13: Thể tích khối lập phương có cạnh $3a$ là:

- A. $2a^3$. B. $27a^3$. C. $8a^3$. D. $3a^3$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SA=3a$, tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = a^3$. B. $V = 2a^3$. C. $V = 3a^3$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(-2;1;-4)$ có phương trình là:

- A. $x+2y+2z+8=0$. B. $3x-4y+6z+34=0$.
C. $x-2y-2z-4=0$. D. $-x+2y+2z+4=0$.

Câu 16: Số phức $z=2-3i$ có phần ảo là:

- A. 2. B. 3. C. $3i$. D. -3.

Câu 17: Một hình trụ có bán kính đáy $r=a$, độ dài đường sinh $l=2a$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

- A. $4\pi a^2$. B. $2\pi a^2$. C. $5\pi a^2$. D. $6\pi a^2$.

Câu 18: Đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ không đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $A(-1;2;0)$. B. $(-1;-3;1)$. C. $(3;-1;-1)$. D. $(1;-2;0)$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		4		-2		$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x=3$. B. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=4$. D. Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$.

Câu 20: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ (C) có các đường tiệm cận là

- A. $y=-1$ và $x=2$. B. $y=2$ và $x=1$. C. $y=1$ và $x=2$. D. $y=1$ và $x=-1$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(36-x^2) \geq 3$ là

- A. $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$. B. $(-\infty; 3]$. C. $[-3; 3]$. D. $(0; 3]$.

Câu 22: Cần chọn 3 người đi công tác từ một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là

- A. A_{30}^3 . B. 3^{30} . C. 10. D. C_{30}^3 .

Câu 23: $\int 6x^5 dx$ bằng

- A. $6x^6 + C$. B. $x^6 + C$. C. $\frac{1}{6}x^6 + C$. D. $30x^4 + C$.

Câu 24: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3 [1+f(x)] dx$ bằng

- A. 10. B. 8. C. $\frac{26}{3}$. D. $\frac{32}{3}$.

Câu 25: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$

- A. $\int \cos 3x dx = 3 \sin 3x + C$ B. $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$

C. $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$

D. $\int \cos 3x dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C$

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			-1		-1		-2	
	$-\infty$							$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

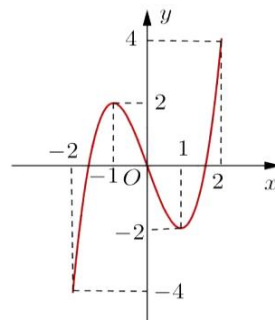
A. $(0;1)$

B. $(1;+\infty)$

C. $(-\infty;1)$

D. $(-1;0)$

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn có $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là



A. $x=1$.

B. $M(1;-2)$.

C. $M(-2;-4)$.

D. $x=-2$.

Câu 28: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5(5a)$ bằng

A. $5 + \log_5 a$.

B. $5 - \log_5 a$.

C. $1 + \log_5 a$.

D. $1 - \log_5 a$.

Câu 29: Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = (x-2)^2$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{32}{5}$.

B. $V = \frac{32\pi}{5}$.

C. $V = \frac{32}{5\pi}$.

D. $V = 32\pi$.

Câu 30: Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B có $AB=a$, $AC=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=2a$. Gọi φ là góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) , (SBC) . Tính $\cos \varphi = ?$

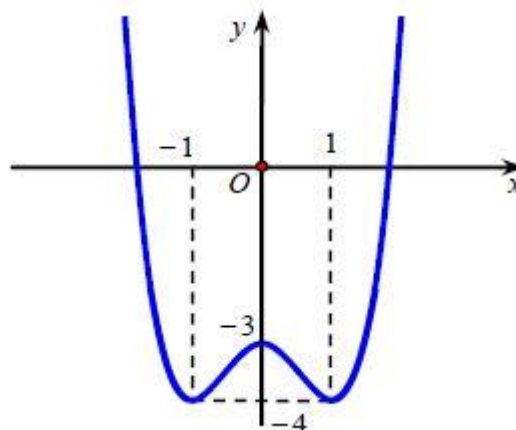
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm m để phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm phân biệt.



A. $-4 < m < -3$

B. $m > -4$

C. $-4 \leq m < -3$

D. $-4 < m \leq -3$

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(0; 2)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-\infty; -2)$.

D. $(-2; 0)$.

Câu 33: Một hộp chứa sáu quả cầu trắng và bốn quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên đồng thời bốn quả. Tính xác suất sao cho có ít nhất một quả màu trắng.

A. $\frac{1}{21}$.

B. $\frac{1}{210}$.

C. $\frac{209}{210}$.

D. $\frac{8}{105}$.

Câu 34: Biết rằng phương trình $\log_2^2 x - 7\log_2 x + 9 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 . Giá trị của $x_1 x_2$ bằng

A. 128.

B. 64.

C. 9.

D. 512.

Câu 35: Tập hợp các điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z + 4 - 8i| = 2\sqrt{5}$ là đường tròn có phương trình:

A. $(x - 4)^2 + (y + 8)^2 = 20$.

B. $(x + 4)^2 + (y - 8)^2 = 2\sqrt{5}$.

C. $(x - 4)^2 + (y + 8)^2 = 2\sqrt{5}$.

D. $(x + 4)^2 + (y - 8)^2 = 20$.

Câu 36: Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -3t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 2; 1), B(1; -1; 2), C(1; 2; -1)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\vec{OM} = 2\vec{AB} - \vec{AC}$.

A. $M(-2; 6; -4)$.

B. $M(-2; -6; 4)$.

C. $M(5; 5; 0)$.

D. $M(2; -6; 4)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, cạnh $AB = 2a, BC = 2a\sqrt{2}, OD = a\sqrt{3}$.

Tam giác SAB nằm trên mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Tính khoảng cách d từ điểm O đến mặt phẳng (SAB) .

A. $d = a$.

B. $d = a\sqrt{2}$

C. $d = a\sqrt{3}$.

D. $d = 2a$.

Câu 39: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(10 - 3^{x+1})^3 \geq 1 - x$ chứa mấy số nguyên.

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. Vô số.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\sin^2 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2 + 16\pi - 4}{16}$.

B. $\frac{\pi^2 - 4}{16}$.

C. $\frac{\pi^2 + 15\pi}{16}$.

D. $\frac{\pi^2 + 16\pi - 16}{16}$.

Câu 41: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m+1)x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$ chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.

A. $m < -1$.

B. $-1 \leq m \leq 0$.

C. $m > 1$.

D. $-1 \leq m < 0$.

Câu 42: Trong các số phức z thỏa mãn $|z - i| = |\bar{z} - 2 - 3i|$. Hãy tìm z có môđun nhỏ nhất.

A. $z = \frac{27}{5} + \frac{6}{5}i$.

B. $z = -\frac{6}{5} - \frac{27}{5}i$.

C. $z = -\frac{6}{5} + \frac{27}{5}i$.

D. $z = \frac{3}{5} - \frac{6}{5}i$.

Câu 43: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh $BC = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ bằng 60° . Biết diện tích của tam giác $\Delta A'BC$ bằng $2a^2$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

- A. $V = 3a^3$. B. $V = a^3\sqrt{3}$. C. $V = \frac{2a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = mx$ với $m \neq 0$. Hỏi có bao nhiêu số nguyên dương m để diện tích hình phẳng (H) là số nhỏ hơn 20.

- A. 4. B. 6. C. 3. D. 5.

Câu 45: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = 2a + 3b$.

- A. $S = -6$. B. $S = 6$. C. $S = -5$. D. $S = 5$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d song song với trục Ox .

- A. $(P): y - z + 2 = 0$. B. $(P): x - 2y + 1 = 0$. C. $(P): x - 2z + 5 = 0$. D. $(P): y + z - 1 = 0$.

Câu 47: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\log_3(x^2 - 5x + m) > \log_3(x - 2)$ có tập nghiệm chứa khoảng $(2; +\infty)$. Tìm khẳng định đúng.

- A. $S = (7; +\infty)$. B. $S = [6; +\infty)$. C. $S = (-\infty; 4)$. D. $S = (-\infty; 5]$.

Câu 48: Cho tam giác nhọn ABC , biết rằng khi quay tam giác này quanh các cạnh AB , BC , CA ta lần lượt được các hình tròn xoay có thể tích là 672π , $\frac{3136\pi}{5}$, $\frac{9408\pi}{13}$. Tính diện tích tam giác ABC .

- A. $S = 1979$. B. $S = 364$. C. $S = 84$. D. $S = 96$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;-1)$, $B(-1;1;0)$, $C(1;0;1)$. Tìm điểm M sao cho $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $M\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$. B. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; 2\right)$. C. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{2}; -1\right)$. D. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Câu 50: Hàm số $y = (x+m)^3 + (x+n)^3 - x^3$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(m^2 + n^2) - m - n$ bằng

- A. -16. B. 4. C. $-\frac{1}{16}$. D. $\frac{1}{4}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.C	4.A	5.B	6.D	7.A	8.A	9.C	10.C
11.A	12.A	13.B	14.A	15.A	16.D	17.A	18.A	19.B	20.C
21.C	22.D	23.B	24.A	25.B	26.A	27.B	28.C	29.B	30.C
31.A	32.A	33.C	34.A	35.D	36.C	37.B	38.B	39.A	40.A
41.B	42.D	43.B	44.A	45.A	46.A	47.A	48.C	49.D	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Số phức $z = 5 - 2i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là M . Tìm tọa độ điểm M
A. $M(5; -2)$. **B.** $M(5; 2)$. **C.** $M(-5; -2)$. **D.** $M(-2; 5)$.

Lời giải

Chọn A

Số phức $z = 5 - 2i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là $M(5; -2)$.

Câu 2: Tính đạo hàm của hàm số $y = 2023^x$
A. $y' = x \cdot 2023^{x-1}$. **B.** $y' = 2023^x$. **C.** $y' = 2023^x \ln x$. **D.** $y' = 2023^x \ln 2023$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$

Ta có: $y' = 2023^x \ln 2023$.

Câu 3: Tìm đạo hàm của hàm số: $y = (x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}$
A. $\frac{3}{2}(2x)^{\frac{1}{2}}$ **B.** $\frac{3}{4}x^{-\frac{1}{4}}$ **C.** $3x(x^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$ **D.** $\frac{3}{2}(x^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức đạo hàm hợp hàm số lũy thừa: $([u(x)]^\alpha)' = \alpha \cdot u^{\alpha-1} \cdot [u(x)]'$

Ta có: $y' = \left((x^2 + 1)^{\frac{3}{2}} \right)' = \frac{3}{2} \cdot 2x \cdot (x^2 + 1)^{\frac{1}{2}} = 3x \cdot (x^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-7} < 4$ là
A. $(-3; 3)$. **B.** $(0; 3)$. **C.** $(-\infty; 3)$. **D.** $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2^{x^2-7} < 4 \Leftrightarrow 2^{x^2-7} < 2^2 \Leftrightarrow x^2 - 7 < 2 \Leftrightarrow x^2 < 9 \Leftrightarrow x \in (-3; 3)$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2}$; $u_7 = -32$. Tìm q ?

A. $q = \pm \frac{1}{2}$. **B.** $q = \pm 2$. **C.** $q = \pm 4$. **D.** $q = \pm 1$.

Lời giải

Chọn B.

Áp dụng công thức số hạng tổng quát cấp số nhân ta có

$$u_n = u_1 q^{n-1} \Rightarrow u_7 = u_1 \cdot q^6 \Rightarrow q^6 = 64 \Rightarrow \begin{cases} q = 2 \\ q = -2 \end{cases}$$

Câu 6: Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - 4z + 1 = 0$. Khi đó, một vectơ pháp tuyến của (α) ?

A. $\vec{n} = (-2; 3; 1)$. **B.** $\vec{n} = (2; 3; -4)$. **C.** $\vec{n} = (2; -3; 4)$. **D.** $\vec{n} = (-2; 3; 4)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - 4z + 1 = 0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -3; -4) = -(-2; 3; 4)$ nên chọn đáp án **D**.

Câu 7: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2x$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } x^3 - 3x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3 - \sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

Câu 8: Biết $\int_2^3 f(x)dx = 3$ và $\int_2^3 g(x)dx = 1$. Khi đó $\int_2^3 [f(x) + g(x)]dx$ bằng

A. 4.

B. 2.

C. -2.

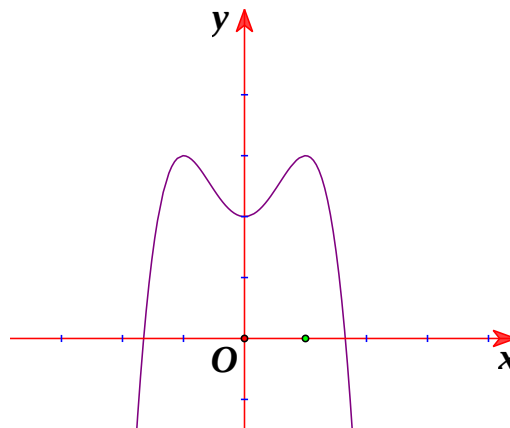
D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \int_2^3 [f(x) + g(x)]dx = \int_2^3 f(x)dx + \int_2^3 g(x)dx = 4.$$

Câu 9: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^4 - 2x^2 + 2$

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$

D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị và các phương án lựa chọn ta thấy, hình dạng trên là dạng đồ thị hàm số bậc 4 trùng phương có hệ số $a < 0$. Do đó chỉ có phương án **C.** thỏa mãn.

Câu 10: Tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$ là:

A. $I(1;2;3); R=3$.

B. $I(-1;2;-3); R=3$.

C. $I(1;-2;3); R=3$.

D. $I(1;2;-3); R=3$.

Lời giải

Chọn C

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (-1;1;0)$, $\vec{b} = (1;1;0)$, $\vec{c} = (1;1;1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\vec{b} \perp \vec{c}$.

B. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.

C. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$.

D. $\vec{b} \perp \vec{a}$.

Lời giải

Chọn A

$$\vec{b} \cdot \vec{c} = 2 \neq 0 \Rightarrow \vec{b} \text{ và } \vec{c} \text{ không vuông góc với nhau.}$$

Câu 12: Cho số phức $z = (1+i)^2(1+2i)$. Số phức z có phần ảo là

A. 2.

B. 4.

C. $2i$.

D. -4 .

Lời giải

Chọn A

$$z = (1+i)^2(1+2i) = 2i(1+2i) = -4+2i$$

Vậy số phức z có phần ảo là 2.

Câu 13: Thể tích khối lập phương có cạnh $3a$ là:

A. $2a^3$.

B. $27a^3$.

C. $8a^3$.

D. $3a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lập phương có cạnh $3a$ là: $V = (3a)^3 = 27a^3$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SA = 3a$, tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = a^3$.

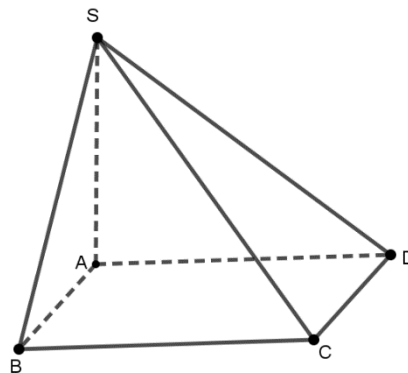
B. $V = 2a^3$.

C. $V = 3a^3$.

D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot a^2 = a^3.$$

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(-2;1;-4)$ có phương trình là:

A. $x+2y+2z+8=0$.

B. $3x-4y+6z+34=0$.

C. $x-2y-2z-4=0$.

D. $-x+2y+2z+4=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu có tâm $I(-1;3;-2)$.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{IA} = (-1;-2;-2)$ và đi qua $A(-2;1;-4)$ nên có phương trình $-(x+2)-2(y-1)-2(z+4)=0$ hay $x+2y+2z+8=0$.

Câu 16: Số phức $z = 2-3i$ có phần ảo là:

A. 2.

B. 3.

C. $3i$.

D. -3 .

Lời giải

Chọn D

Số phức $z = 2-3i$ có phần ảo là -3 .

Câu 17: Một hình trụ có bán kính đáy $r = a$, độ dài đường sinh $l = 2a$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $4\pi a^2$.

B. $2\pi a^2$.

C. $5\pi a^2$.

D. $6\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi a.2a = 4\pi a^2$

Câu 18: Đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ **không** đi qua điểm nào dưới đây?

- A.** $A(-1; 2; 0)$. **B.** $(-1; -3; 1)$. **C.** $(3; -1; -1)$. **D.** $(1; -2; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\frac{-1-1}{2} \neq \frac{2+2}{1} \neq \frac{0}{-1}$ nên điểm $A(-1; 2; 0)$ không thuộc đường thẳng (Δ) .

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		4		-2		$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 20: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ (C) có các đường tiệm cận là

- A.** $y = -1$ và $x = 2$. **B.** $y = 2$ và $x = 1$. **C.** $y = 1$ và $x = 2$. **D.** $y = 1$ và $x = -1$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x-2} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x-2} = -\infty$ nên $x = 2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Mặt khác $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{x-2} = 1$ nên $y = 1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(36 - x^2) \geq 3$ là

- A.** $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 3]$. **C.** $[-3; 3]$. **D.** $(0; 3]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_3(36 - x^2) \geq 3 \Leftrightarrow 36 - x^2 \geq 27 \Leftrightarrow 9 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3$.

Câu 22: Cần chọn 3 người đi công tác từ một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là

- A.** A_{30}^3 . **B.** 3^{30} . **C.** 10. **D.** C_{30}^3 .

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn 3 người bất kì trong 30 là: C_{30}^3 .

Câu 23: $\int 6x^5 dx$ bằng

- A.** $6x^6 + C$. **B.** $x^6 + C$. **C.** $\frac{1}{6}x^6 + C$. **D.** $30x^4 + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int 6x^5 dx = x^6 + C$.

Câu 24: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3 [1 + f(x)] dx$ bằng

- A.** 10. **B.** 8. **C.** $\frac{26}{3}$. **D.** $\frac{32}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_1^3 [1 + f(x)] dx = (x + F(x)) \Big|_1^3 = (x + x^2) \Big|_1^3 = 12 - 2 = 10$.

Câu 25: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$

- A.** $\int \cos 3x dx = 3 \sin 3x + C$ **B.** $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$
C. $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$ **D.** $\int \cos 3x dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			-1		-1			
	$-\infty$			-2			$-\infty$	

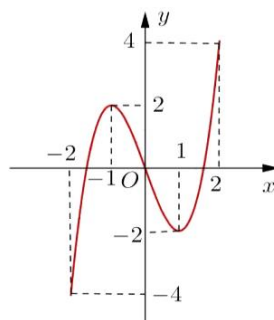
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(0;1)$ **B.** $(1;+\infty)$ **C.** $(-\infty;1)$ **D.** $(-1;0)$

Lời giải

Chọn A

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn có $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là



- A.** $x=1$. **B.** $M(1;-2)$. **C.** $M(-2;-4)$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị suy ra điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $M(1; -2)$.

Câu 28: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5(5a)$ bằng

- A.** $5 + \log_5 a$. **B.** $5 - \log_5 a$. **C.** $1 + \log_5 a$. **D.** $1 - \log_5 a$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_5(5a) = \log_5 5 + \log_5 a = 1 + \log_5 a$.

Câu 29: Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = (x-2)^2$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A.** $V = \frac{32}{5}$. **B.** $V = \frac{32\pi}{5}$. **C.** $V = \frac{32}{5\pi}$. **D.** $V = 32\pi$.

Lời giải

Chọn B

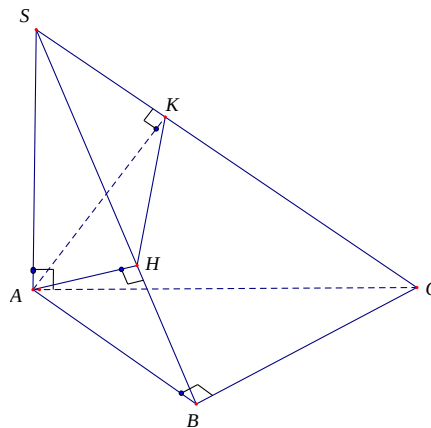
$$V = \pi \int_0^2 (x-2)^4 dx = \pi \cdot \frac{(x-2)^5}{5} \Big|_0^2 = \frac{32\pi}{5}.$$

Câu 30: Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B có $AB = a$, $AC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 2a$. Gọi φ là góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) , (SBC) . Tính $\cos \varphi = ?$

- A.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{15}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$

Mặt khác $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$ (1).

Gọi H , K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB , SC khi đó ta có.
 $AH \perp SC$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC$ (3).

Mặt khác ta lại có $AK \perp SC$ (4).

Từ (3) và (4) ta có $SC \perp (AHK) \Rightarrow SC \perp HK$.

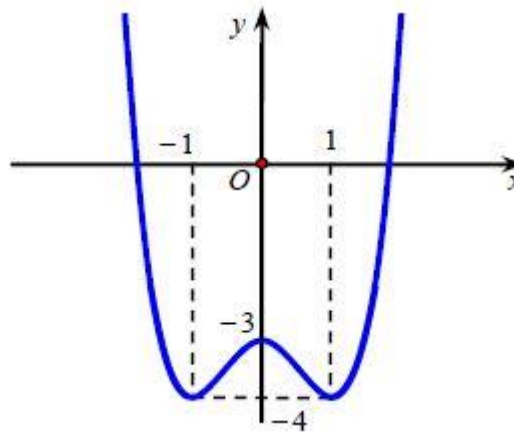
Vậy $((SAC), (SBC)) = (AK, HK) = AKH$.

Do $AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp HK$ hay tam giác AHK vuông tại H .

$$\text{Ta có } AH = \frac{AB \cdot SA}{\sqrt{AB^2 + SA^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}; \quad AK = \frac{AC \cdot SA}{\sqrt{AC^2 + SA^2}} = a\sqrt{2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{30}}{5}.$$

Vậy $\cos AKH = \frac{HK}{AK} = \frac{\sqrt{15}}{5}$.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm m để phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm phân biệt.



A. $-4 < m < -3$

B. $m > -4$

C. $-4 \leq m < -3$

D. $-4 < m \leq -3$

Lời giải

Chọn A

Số nghiệm phương trình $f(x) = m$ bằng số giao điểm của đồ thị $(C): y = f(x)$ và đường thẳng $d: y = m$.

Vậy phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi d cắt (C) tại bốn điểm phân biệt $\Leftrightarrow -4 < m < -3$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(0; 2)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-\infty; -2)$.

D. $(-2; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = -2f'(x) = -2x^2 + 4x > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 2)$.

Suy ra: Hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$

Câu 33: Một hộp chứa sáu quả cầu trắng và bốn quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên đồng thời bốn quả. Tính xác suất sao cho có ít nhất một quả màu trắng.

A. $\frac{1}{21}$.

B. $\frac{1}{210}$.

C. $\frac{209}{210}$.

D. $\frac{8}{105}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi A là biến cố: “trong bốn quả được chọn có ít nhất 1 quả trắng.”

- Không gian mẫu: $C_{10}^4 = 210$.

- $\bar{A}$ là biến cố: “trong bốn quả được chọn không có 1 quả trắng nào.”

$\Rightarrow n(\bar{A}) = C_4^4 = 1$.

$\Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{|\Omega|} = \frac{1}{210}$.

$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{210} = \frac{209}{210}$.

Câu 34: Biết rằng phương trình $\log_2^2 x - 7\log_2 x + 9 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 . Giá trị của $x_1 x_2$ bằng

A. 128.

B. 64.

C. 9.

D. 512.

Lời giải

Chọn A

+ Điều kiện $x > 0$.

$$+ \log_2^2 x - 7 \log_2 x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = \frac{7+\sqrt{13}}{2} \\ \log_2 x = \frac{7-\sqrt{13}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^{\frac{7+\sqrt{13}}{2}} \\ x = 2^{\frac{7-\sqrt{13}}{2}} \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện } x > 0 \text{)}.$$

$$\text{Vậy } x_1 x_2 = 2^{\frac{7+\sqrt{13}}{2}} \cdot 2^{\frac{7-\sqrt{13}}{2}} = 128.$$

Câu 35: Tập hợp các điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z + 4 - 8i| = 2\sqrt{5}$ là đường tròn có phương trình:

A. $(x-4)^2 + (y+8)^2 = 20$.

B. $(x+4)^2 + (y-8)^2 = 2\sqrt{5}$.

C. $(x-4)^2 + (y+8)^2 = 2\sqrt{5}$.

D. $(x+4)^2 + (y-8)^2 = 20$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1$).

$$|z + 4 - 8i| = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow |x + yi + 4 - 8i| = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow (x+4)^2 + (y-8)^2 = 20.$$

Câu 36: Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -3t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 2; 1), B(1; -1; 2), C(1; 2; -1)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\vec{OM} = 2\vec{AB} - \vec{AC}$.

A. $M(-2; 6; -4)$.

B. $M(-2; -6; 4)$.

C. $M(5; 5; 0)$.

D. $M(2; -6; 4)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\vec{AB} = (-2; -3; 1) \Rightarrow 2\vec{AB} = (-4; -6; 2)$$

$$\vec{AC} = (-2; 0; -2) \Rightarrow \vec{AC} = (2; 0; 2)$$

$$\Rightarrow \vec{OM} = (-2; -6; 4) \Rightarrow M(-2; -6; 4).$$

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, cạnh $AB = 2a, BC = 2a\sqrt{2}, OD = a\sqrt{3}$.

Tam giác SAB nằm trên mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Tính khoảng cách d từ điểm O đến mặt phẳng (SAB) .

A. $d = a$.

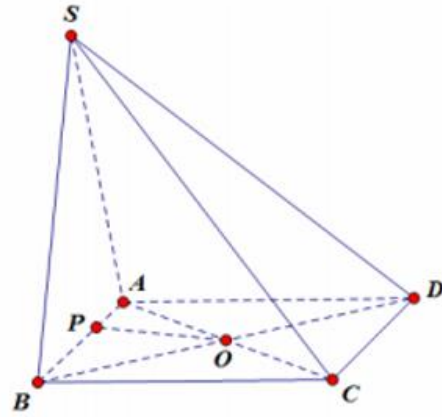
B. $d = a\sqrt{2}$

C. $d = a\sqrt{3}$.

D. $d = 2a$.

Lời giải

Chọn B.



+) Ta có $(SAB) \perp (ABCD)$, kẻ $OP \perp (SAB) \Rightarrow d(O, (SAB)) = OP$.

$$+) \text{ Từ } \begin{cases} AB = 2a \\ BC = 2a\sqrt{2} \Rightarrow AB^2 + AD^2 = 4a^2 + 8a^2 = 12a^2 = (2OD)^2 = BD^2 \\ OD = a\sqrt{3} \end{cases}$$

$\Rightarrow \triangle BAD$ vuông tại A, trên $(ABCD)$, ta có $\begin{cases} OP \perp AB \\ AD \perp AB \end{cases} \Rightarrow OP \parallel AD$.

Mà O là trung điểm của BD $\Rightarrow OP = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} \cdot 2a\sqrt{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow d(O, (SAB)) = a\sqrt{2}$

Câu 39: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(10 - 3^{x+1})^3 - 1 - x$ chứa mấy số nguyên.

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_3(10 - 3^{x+1})^3 - 1 - x \geq 0 \Leftrightarrow 10 - 3^{x+1} \geq 3^{1-x} \Leftrightarrow 3 \cdot 3^x + \frac{3}{3^x} - 10 \geq 0 (*)$.

Giải (*) ta có $\frac{1}{3} \leq 3^x \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$. Vậy có 3 số nguyên thuộc tập nghiệm của bất phương trình.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\sin^2 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2 + 16\pi - 4}{16}$.

B. $\frac{\pi^2 - 4}{16}$.

C. $\frac{\pi^2 + 15\pi}{16}$.

D. $\frac{\pi^2 + 16\pi - 16}{16}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) = \int (2\sin^2 x + 1) dx = \int (2 - \cos 2x) dx = 2x - \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Vì $f(0) = 4 \Rightarrow C = 4$

Hay $f(x) = 2x - \frac{1}{2} \sin 2x + 4$.

Suy ra $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(2x - \frac{1}{2} \sin 2x + 4 \right) dx$

$$= x^2 + \frac{1}{4} \cos 2x + 4x \left| \frac{\pi}{4} \right|_0^{\pi} = \frac{\pi^2}{16} + \pi - \frac{1}{4} = \frac{\pi^2 + 16\pi - 4}{16}.$$

Câu 41: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m+1)x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$ chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.

A. $m < -1$.

B. $-1 \leq m \leq 0$.

C. $m > 1$.

D. $-1 \leq m < 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta xét hai trường hợp sau đây:

TH1: $m+1=0 \Leftrightarrow m=-1$. Khi đó $y = x^2 + \frac{3}{2} \Rightarrow$ hàm số chỉ có cực tiểu ($x=0$) mà không có cực

đại $\Rightarrow m=-1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2: $m+1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$. Khi đó hàm số đã cho là hàm số trùng phương ta có :

$$y' = 4(m+1)x^3 - 2mx = 4(m+1)x \left[x^2 - \frac{m}{2(m+1)} \right].$$

Hàm số chỉ có cực tiểu mà không có cực đại $\Leftrightarrow y'$ có đúng một nghiệm và đổi dấu từ âm sang

$$\text{dương khi } x \text{ đi qua nghiệm này} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(m+1) > 0 \\ \frac{m}{2(m+1)} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq 0.$$

Kết hợp những giá trị m tìm được, ta có $-1 \leq m \leq 0$.

Câu 42: Trong các số phức z thỏa mãn $|z-i| = |\bar{z}-2-3i|$. Hãy tìm z có môđun nhỏ nhất.

A. $z = \frac{27}{5} + \frac{6}{5}i$.

B. $z = -\frac{6}{5} - \frac{27}{5}i$.

C. $z = -\frac{6}{5} + \frac{27}{5}i$.

D. $z = \frac{3}{5} - \frac{6}{5}i$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = x - yi$.

Ta có $|x + yi - i| = |x - yi - 2 - 3i| \Leftrightarrow |x + (y-1)i| = |(x-2) - (y+3)i|$

$$\Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = (x-2)^2 + (y+3)^2 \Leftrightarrow 1 - 2y = 13 - 4x + 6y \Leftrightarrow 4x = 12 + 8y \Leftrightarrow x = 2y + 3.$$

$$\text{Do đó } |z|^2 = x^2 + y^2 = (2y+3)^2 + y^2 = 5y^2 + 12y + 9 = \left(y\sqrt{5} + \frac{6}{\sqrt{5}}\right)^2 + \frac{9}{5} \geq \frac{9}{5}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow y = -\frac{6}{5}, \text{ khi đó } x = \frac{3}{5} \Rightarrow z = \frac{3}{5} - \frac{6}{5}i.$$

Câu 43: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh $BC = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ bằng 60° . Biết diện tích của tam giác $\Delta A'BC$ bằng $2a^2$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $V = 3a^3$.

B. $V = a^3\sqrt{3}$.

C. $V = \frac{2a^3}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi H là hình chiếu của A trên $BC \Rightarrow AH \perp BC$.

Ta có $AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp BC$ và $AH \perp BC \Rightarrow BC \perp (A'AH)$

$$\Rightarrow ((ABC); (A'BC)) = A'HA = 60^\circ.$$

$$\text{Diện tích } \Delta A'BC \text{ là } S_{\Delta A'BC} = \frac{1}{2} \cdot A'H \cdot BC \Rightarrow A'H = \frac{2 \cdot S_{\Delta A'BC}}{BC} = \frac{4a^2}{2a} = 2a.$$

$$\sin A'HA = \frac{AA'}{A'H} \Rightarrow AA' = \sin 60^\circ \cdot 2a = a\sqrt{3},$$

$$AH = \sqrt{A'H^2 - A'A^2} = \sqrt{4a^2 - (a\sqrt{3})^2} = a \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BC = a^2.$$

$$\text{Vậy thể tích lăng trụ là } V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = a\sqrt{3} \cdot a^2 = a^3\sqrt{3}.$$

Câu 44: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = mx$ với $m \neq 0$. Hỏi có bao nhiêu số nguyên dương m để diện tích hình phẳng (H) là số nhỏ hơn 20.

A. 4.

B. 6.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là: $x^2 = mx \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = m \end{cases}$

$$\text{Do đó diện tích hình phẳng } (H) \text{ là: } S = \int_0^m |x^2 - mx| dx = \int_0^m (mx - x^2) dx = \left(m \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^m = \frac{m^3}{6}$$

$$\text{Theo đề bài: } S < 20 \Leftrightarrow \frac{m^3}{6} < 20 \Leftrightarrow m^3 < 120 \Leftrightarrow m < 4.9324...$$

Do m là số nguyên dương nên $m = \{1; 2; 3; 4\}$

Vậy có 4 giá trị m thỏa mãn.

Câu 45: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = 2a + 3b$.

A. $S = -6$.

B. $S = 6$.

C. $S = -5$.

D. $S = 5$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } z + 1 + 3i - |z|i = 0 \Leftrightarrow (a+1) + (b+3-\sqrt{a^2+b^2})i = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ b+3-\sqrt{a^2+b^2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ \sqrt{1+b^2}=b+3 \end{cases} \quad (*)$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq -3 \\ 1+b^2=(b+3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq -3 \\ b = -\frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow b = -\frac{4}{3}.$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} a=-1 \\ b=-\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow S = 2a + 3b = -6.$$

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d song song với trục Ox .

A. $(P): y - z + 2 = 0$. **B.** $(P): x - 2y + 1 = 0$. **C.** $(P): x - 2z + 5 = 0$. **D.** $(P): y + z - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d đi qua điểm $M(-1; 0; 2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}(2; 1; 1)$; trục Ox có vector đơn vị $\vec{i}(1; 0; 0)$.

Vì (P) chứa đường thẳng d song song với trục Ox nên (P) đi qua điểm $M(-1; 0; 2)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{i}] = (0; 1; -1)$.

$\Rightarrow$ Phương trình của (P) là: $y - z + 2 = 0$.

Câu 47: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\log_3(x^2 - 5x + m) > \log_3(x - 2)$ có tập nghiệm chứa khoảng $(2; +\infty)$. Tìm khẳng định đúng.

- A.** $S = (7; +\infty)$. **B.** $S = [6; +\infty)$. **C.** $S = (-\infty; 4)$. **D.** $S = (-\infty; 5]$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_3(x^2 - 5x + m) > \log_3(x - 2) \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 > 0 \\ x^2 - 5x + m > x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ m > -x^2 + 6x - 2 \end{cases}$$

Bất phương trình $\log_3(x^2 - 5x + m) > \log_3(x - 2)$ có tập nghiệm chứa khoảng $(2; +\infty)$

$\Leftrightarrow m > -x^2 + 6x - 2$ có nghiệm với mọi $x \in (2; +\infty)$.

Xét hàm số $f(x) = -x^2 + 6x - 2$ trên $(2; +\infty)$

Ta có $f'(x) = -2x + 6$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$

Bảng biến thiên

x	2	3	$+\infty$
f'	+	0	-
$f(x)$	6	7	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$m > -x^2 + 6x - 2$ có nghiệm với mọi $x \in (2; +\infty) \Leftrightarrow m > 7$.

Câu 48: Cho tam giác nhọn ABC , biết rằng khi quay tam giác này quanh các cạnh AB , BC , CA ta lần lượt được các hình tròn xoay có thể tích là 672π , $\frac{3136\pi}{5}$, $\frac{9408\pi}{13}$. Tính diện tích tam giác ABC .

- A.** $S = 1979$. **B.** $S = 364$. **C.** $S = 84$. **D.** $S = 96$.

Lời giải

Chọn C

Vì tam giác ABC nhọn nên các chân đường cao nằm trong tam giác.

Gọi h_a , h_b , h_c lần lượt là đường cao từ đỉnh A , B , C của tam giác ABC , và a , b , c lần lượt là độ dài các cạnh BC , CA , AB .

Khi đó

+ Thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác quanh AB là $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h_c^2 \cdot c = 672\pi$.

+ Thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác quanh BC là $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h_a^2 \cdot a = \frac{3136\pi}{5}$.

+ Thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác quanh CA là $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h_b^2 \cdot b = \frac{9408\pi}{13}$.

$$\text{Do đó } \begin{cases} \frac{1}{3}c.h_c^2 = 672 \\ \frac{1}{3}a.h_a^2 = \frac{3136}{5} \\ \frac{1}{3}b.h_b^2 = \frac{9408}{13} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{3}\frac{S^2}{c} = 672 \\ \frac{4}{3}\frac{S^2}{a} = \frac{3136}{5} \\ \frac{4}{3}\frac{S^2}{b} = \frac{9408}{13} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{4S^2}{3.672} \\ a = \frac{20S^2}{3.3136} \\ b = \frac{52S^2}{3.9408} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (a+b+c)(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b) = S^8 \cdot \frac{1}{3^4} \cdot \frac{1}{9408} \cdot \frac{1}{28812} \Leftrightarrow 16S^2 = S^8 \cdot \frac{1}{3^4} \cdot \frac{1}{9408} \cdot \frac{1}{28812}$$

$$\Leftrightarrow S^6 = 16.81.9408.28812 \Leftrightarrow S = 84.$$

Câu 49: Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(0;0;-1)$, $B(-1;1;0)$, $C(1;0;1)$. Tìm điểm M sao cho $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$. **B.** $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; 2\right)$. **C.** $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{2}; -1\right)$. **D.** $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Giả sử } M(x; y; z) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} = (x; y; z+1) \\ \overrightarrow{BM} = (x+1; y-1; z) \\ \overrightarrow{CM} = (x-1; y; z-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AM^2 = x^2 + y^2 + (z+1)^2 \\ BM^2 = (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 \\ CM^2 = (x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3MA^2 + 2MB^2 - MC^2 = 3[x^2 + y^2 + (z+1)^2] + 2[(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2] - [(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2]$$

$$= 4x^2 + 4y^2 + 4z^2 + 6x - 4y + 8z + 6 = \left(2x + \frac{3}{2}\right)^2 + (2y-1)^2 + (2z+2)^2 - \frac{5}{4} \geq -\frac{5}{4}.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = -\frac{3}{4}, y = \frac{1}{2}, z = -1$, khi đó $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Câu 50: Hàm số $y = (x+m)^3 + (x+n)^3 - x^3$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(m^2 + n^2) - m - n$ bằng

A. -16. **B.** 4. **C.** $-\frac{1}{16}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } y' = 3(x+m)^2 + 3(x+n)^2 - 3x^2 = 3[x^2 + 2(m+n)x + m^2 + n^2].$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên } (-\infty; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow mn \leq 0.$$

$$\text{TH1: } mn = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ n = 0 \end{cases}.$$

Do vai trò của m, n là như nhau nên ta chỉ cần xét trường hợp $m = 0$.

$$\Rightarrow P = 4n^2 - n = \left(2n - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{16} \geq -\frac{1}{16} \quad (1).$$

$$\text{TH2: } mn < 0 \Leftrightarrow m > 0; n < 0.$$

$$\text{Ta có } P = \left(2m - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} + 4n^2 + (-n) > -\frac{1}{16} \quad (2).$$

Từ (1), (2) ta có $P_{\min} = -\frac{1}{16}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $m = \frac{1}{8}; n = 0$ hoặc $m = 0; n = \frac{1}{8}$.