



Vũ Công Trường

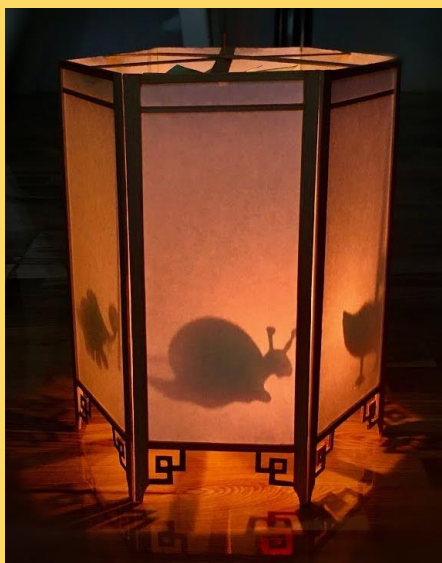
0983.900.570

Bài Tập

TOÁN 11-TẬP 1
CHƯƠNG IV



QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN



2023-2024

**MỤC LỤC**

Chương IV: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG. QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN	3
BÀI 1: ĐIỂM, ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN	3
I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT	3
II. DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP	5
DẠNG 1. TÌM GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẪNG	5
DẠNG 2. TÌM GIAO ĐIỂM CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG	6
DẠNG 3. BA ĐIỂM THẲNG HÀNG, BA ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUY	7
DẠNG 4. THIẾT DIỆN	7
III. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA	8
IV. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	10
BÀI 2: HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG	14
I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT	14
II. DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP	15
DẠNG 1. TÌM GIAO TUYẾN HAI MẶT PHẪNG	15
DẠNG 2. TÌM GIAO ĐIỂM CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG; THIẾT DIỆN CỦA HÌNH CHÓP	16
III. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA	16
IV. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	18
BÀI 3. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG SONG SONG	20
I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT	20
II. DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP	21
DẠNG 1. CHỨNG MINH ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG MẶT PHẪNG	21
DẠNG 2. TÌM GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẪNG. THIẾT DIỆN QUA MỘT ĐIỂM VÀ SONG SONG VỚI MỘT ĐƯỜNG THẲNG	22
III. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA	22
IV. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	25
BÀI 4. HAI MẶT PHẪNG SONG SONG	27
I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT	27
II. DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP	28
DẠNG 1. CHỨNG MINH HAI MẶT PHẪNG SONG SONG	28
DẠNG 2. CHỨNG MINH ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẪNG	28
III. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA	29
IV. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	31
BÀI 5. PHÉP CHIẾU SONG SONG	34
I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT	34
II. DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP	35
DẠNG 1. VẼ HÌNH BIỂU DIỄN CỦA MỘT HÌNH TRONG KHÔNG GIAN	35
III. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA	37
IV. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	38
BÀI TẬP ÔN CHƯƠNG IV	40
PHẦN 1: BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	40
PHẦN 2: BÀI TẬP TỰ LUẬN THAM KHẢO	45
PHẦN 3: BÀI TẬP TỰ LUẬN TỰ LUYỆN	49

Chương IV: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG. QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

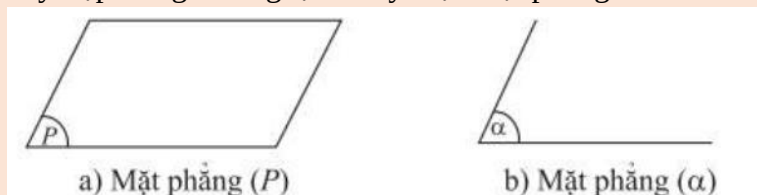
BÀI 1: ĐIỂM, ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Mặt phẳng trong không gian

Mặt bảng, mặt bàn, mặt sàn nhà, mặt hồ nước yên lặng cho ta hình ảnh một phần của một mặt phẳng. Mặt phẳng không hề có bề dày và không có giới hạn.

Ta thường dùng hình bình hành hay một miền góc để biểu diễn mặt phẳng và dùng chữ cái in hoa hoặc chữ cái Hy Lạp trong dấu ngoặc để ký hiệu mặt phẳng.



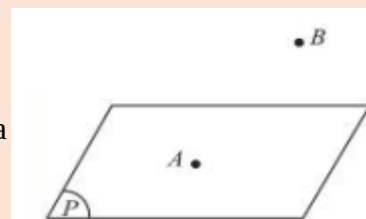
Chú ý: Mặt phẳng (P) còn được viết tắt là $mp (P)$ hoặc (P) .

Điểm thuộc mặt phẳng

Cho hai điểm A, B và mặt phẳng (P) như Hình 3.

- Nếu điểm A thuộc mặt phẳng (P) thì ta nói A nằm trên (P) hay (P) chứa A , hay (P) đi qua A và kí hiệu là $A \in (P)$.

- Nếu điểm B không thuộc mặt phẳng (P) thì ta nói B nằm ngoài (P) hay (P) không chứa B và kí hiệu là $B \notin (P)$.



Biểu diễn các hình trong không gian lên một mặt phẳng

Để biểu diễn một hình trong không gian lên một mặt phẳng (tờ giấy, mặt bảng, ...), ta thường dựa vào các quy tắc sau:

- Hình biểu diễn của đường thẳng là đường thẳng, của đoạn thẳng là đoạn thẳng.
- Giữ nguyên tính liên thuộc (thuộc hay không thuộc) giữa điểm với đường thẳng hoặc với đoạn thẳng.
- Giữ nguyên tính song song, tính cắt nhau giữa các đường thẳng.
- Biểu diễn đường nhìn thấy bằng nét vẽ liền và biểu diễn đường bị che khuất bằng nét vẽ đứt đoạn.

2. Các tính chất được thừa nhận của hình học không gian

Tính chất 1

Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.

Đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt A, B được kí hiệu là AB . Ta cũng nói đường thẳng AB xác định bởi hai điểm A, B .

Tính chất 2

Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng cho trước.

Chú ý: Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C không thẳng hàng được kí hiệu là mặt phẳng (ABC) .

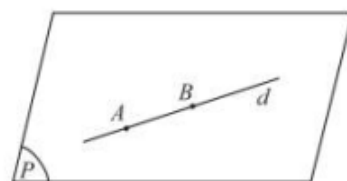
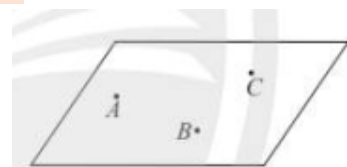
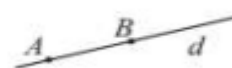
Tính chất 3

Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó. Khi đó, đường thẳng nằm trong mặt phẳng.

Chú ý: Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) thường được kí hiệu là $d \subset (P)$ hoặc $(P) \supset d$.

Tính chất 4

Tồn tại bốn điểm không cùng nằm trên một mặt phẳng.



Chú ý: Nếu có nhiều điểm cùng thuộc một mặt phẳng thì ta nói những điểm đó đồng phẳng, còn nếu không có mặt phẳng nào chứa các điểm đó thì ta nói chúng không đồng phẳng.

Tính chất 5

Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng duy nhất chứa tất cả các điểm chung của hai mặt phẳng đó.

Chú ý: Đường thẳng d chung của hai mặt phẳng (P) và (Q) được gọi là giao tuyến của (P) và (Q) , kí hiệu $d = (P) \cap (Q)$.

Tính chất 6

Trong mỗi mặt phẳng, các kết quả đã biết của hình học đều đúng.

3. Các xác định mặt phẳng

a) Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó chứa ba điểm không thẳng hàng.

Mặt phẳng xác định bởi ba điểm A, B, C không thẳng hàng kí hiệu là $mp(ABC)$

hay (ABC)

b) Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó chứa một đường thẳng và một điểm không thuộc đường thẳng đó.

Mặt phẳng xác định bởi điểm A và đường thẳng a không qua điểm A kí hiệu là $mp(A, a)$ hay (A, a)

c) Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó chứa hai đường thẳng cắt nhau.

Một mặt phẳng xác định bởi điểm hai đường thẳng a, b cắt nhau kí hiệu là $mp(a, b)$

4. Hình chóp và hình tứ diện

Hình chóp

Cho đa diện lồi $A_1A_2...A_n$ nằm trong mặt phẳng (α) và điểm S không thuộc (α) . Nối S với các đỉnh $A_1A_2...A_n$ ta được n tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, ..., SA_nA_1$. Hình tạo bởi n tam giác đó và đa giác $A_1A_2...A_n$ được gọi là **hình chóp**, kí hiệu $S.A_1A_2...A_n$.

Trong hình chóp $S.A_1A_2...A_n$ ta gọi:

- Điểm S là **đỉnh**;
- Các tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, ..., SA_nA_1$ là các **mặt bên**;
- Đa giác $A_1A_2...A_n$ là **mặt đáy**;
- Các đoạn thẳng $SA_1, SA_2, ..., SA_n$ là các **cạnh bên**;
- Các cạnh của đa giác $A_1A_2...A_n$ là các **cạnh đáy**.

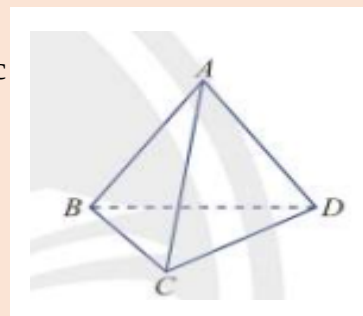
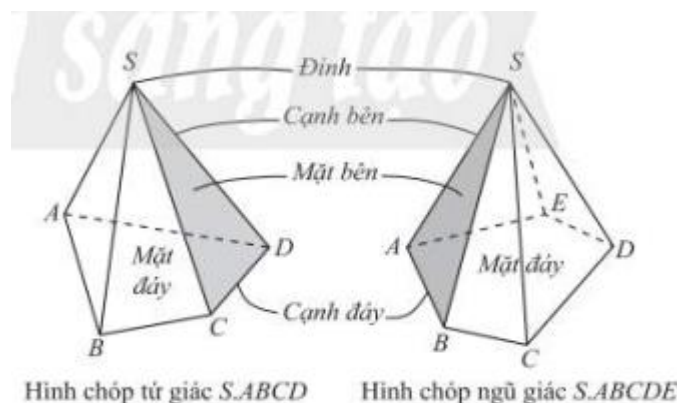
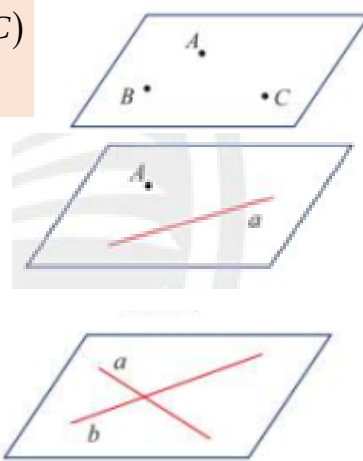
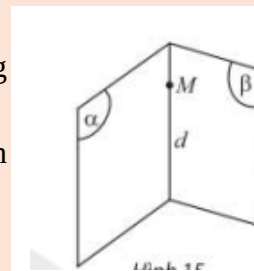
Ta gọi hình chóp có đáy tam giác, tứ giác, ngũ giác, ... lần lượt là hình chóp tam giác, hình chóp tứ giác, hình chóp ngũ giác, ...

Hình tứ diện

Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Hình tạo bởi bốn tam giác ABC, ACD, ADB, BCD được gọi là **hình tứ diện** (hay **tứ diện**), kí hiệu $ABCD$.

Trong tứ diện $ABCD$ (Hình 35), ta gọi:

- Các điểm A, B, C, D là các **đỉnh**;
- Các đoạn thẳng AB, AC, AD, BC, CD, BD là các **cạnh** của tứ diện;
- Hai cạnh không đi qua một đỉnh là **hai cạnh đối diện**;
- Các tam giác ABC, ACD, ADB, BCD là các **mặt** của tứ diện;





- Đỉnh không thuộc một mặt phẳng của tứ diện là **đỉnh đối diện** của mặt đó.

Chú ý:

a) Hình tứ diện có bốn mặt là các tam giác đều được gọi là **hình tứ diện đều**.

b) Một tứ diện có thể xem như là một hình chóp tam giác với đỉnh là một đỉnh tùy ý của tứ diện và đáy là mặt của tứ diện không chứa đỉnh đó.

II. DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

DẠNG 1. TÌM GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẲNG

1. PHƯƠNG PHÁP

Chú ý: Điểm chung của hai mặt phẳng (α) và (β) thường được tìm như sau:

□ Nếu trên kí hiệu 2 mặt phẳng có chữ cái giống nhau thì đó là điểm chung, như: $S \in (SAC) \cap (SBD)$

□ Tìm hai đường thẳng a và b lần lượt thuộc mặt phẳng (α) và (β) (cùng nằm trong một mặt phẳng nào đó). Nếu $M = a \cap b$ thì $M \in (\alpha) \cap (\beta)$.

□ Khi vẽ hình, 2 đường đồng phẳng và “đụng nhau” thì cắt nhau

2. VÍ DỤ:

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là tứ giác lồi $ABCD$ có các cạnh đối không song song với nhau. Gọi M là điểm trên cạnh SA . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng:

- a) (SAC) và (SBD) b) (SAB) và (SCD) c) (SBC) và (SAD) d) (BCM) và (SAD)
e) (CDM) và (SAB) f) (BDM) và (SAC)

Giải

a) Trong $mp(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$. Suy ra:

$$O \in (SAC) \cap (SBD)$$

Mà $S \in (SAC) \cap (SBD)$ nên $SO = (SAC) \cap (SBD)$.

b) Trong $mp(ABCD)$, $F = AB \cap CD$. Suy ra:

$$F \in (SAB) \cap (SCD)$$

Mà $S \in (SAB) \cap (SCD)$ nên $SF = (SAB) \cap (SCD)$.

c) Trong $mp(ABCD)$, $E = BC \cap AD$. Suy ra:

$$E \in (SBC) \cap (SAD)$$

Mà $S \in (SAB) \cap (SCD)$ Nên $SE = (SBC) \cap (SAD)$.

d) Ta có: $M \in (MBC) \cap (SAD)$; $E \in BC \cap AD \Rightarrow E \in (MBC) \cap (SAD)$

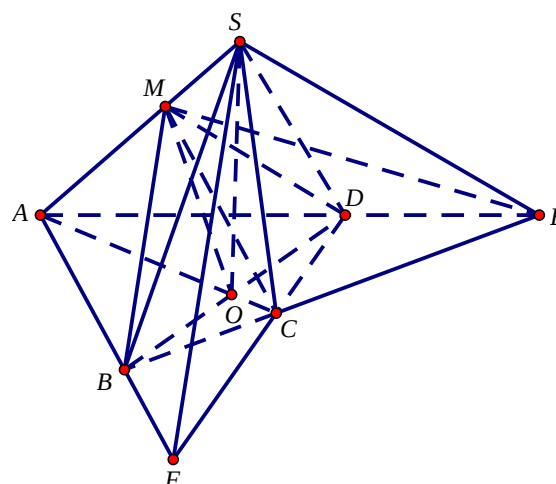
Nên $ME = (MBC) \cap (SAD)$.

e) Ta có: $M \in (MCD) \cap (SAB)$; $F = AB \cap CD \Rightarrow F \in (MCD) \cap (SAB)$

Vậy $MF = (MCD) \cap (SAB)$.

f) Ta có: $M \in (BDM) \cap (SAC)$; $O \in (BDM) \cap (SAC)$

Do đó $MO = (BDM) \cap (SAC)$.



Ví dụ 2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC .

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (IBC) và (JAD) .

b) Điểm M nằm trên cạnh AB , điểm N nằm trên cạnh AC . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (IBC) và (DMN) .

Lời giải

a) Ta có: $I \in AD \Rightarrow I \in (JAD) \cap (IBC)$.

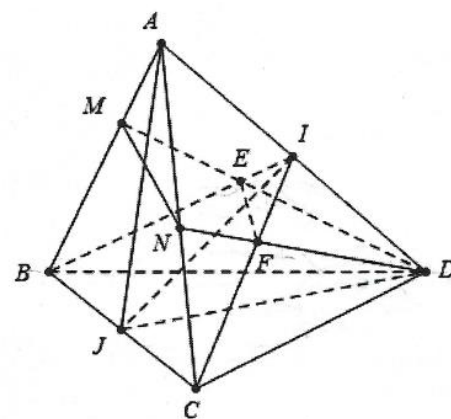
$J \in BC \Rightarrow J \in (JAD) \cap (IBC)$.

Do đó $IJ = (IBC) \cap (JAD)$.

b) Trong mặt phẳng (ABC) gọi $E = DM \cap IB$ suy ra $E \in (DMN) \cap (IBC)$.

Trong mặt phẳng (ACD) gọi $F = DN \cap IC$ suy ra $F \in (DMN) \cap (IBC)$.

Do đó $EF = (DMN) \cap (IBC)$.



DẠNG 2. TÌM GIAO ĐIỂM CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

1. PHƯƠNG PHÁP

TH1	Nếu trong (α) có chứa sẵn đường thẳng a cắt b tại I thì I là giao điểm của b và (α) .	$\begin{cases} (\alpha) \supset a \\ a \cap b = I \end{cases} \Rightarrow b \cap (\alpha) = I$	
TH2	Nếu trong (α) không chứa sẵn đường thẳng a cắt b như TH1 thì ta thực hiện như sau: B1: Chọn mặt phẳng phụ (β) chứa b sao cho giao tuyến của (α) và (β) dễ tìm. B2: Tìm giao tuyến d của (α) và (β) . B3: Trong (β) , tìm giao điểm I của d và $b \rightarrow I$ là giao điểm của b và (α) .	$\begin{cases} (\beta) \supset b \\ (\alpha) \cap (\beta) = d \\ d \cap b = I \end{cases} \Rightarrow b \cap (\alpha) = I$	

2. VÍ DỤ

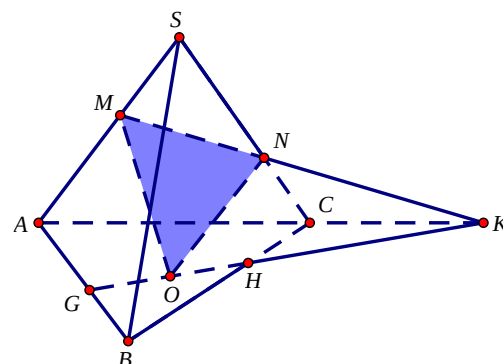
Ví dụ 1. Cho tứ diện $SABC$. Trên cạnh SA lấy điểm M , trên cạnh SC lấy điểm N , sao cho MN không song song với AC . Cho điểm O nằm trong tam giác ABC . Tìm giao điểm của mặt phẳng (OMN) với các đường thẳng AC , BC và AB .

Giải

Trong $mp(SAC)$, gọi $K = MN \cap AC$, mà $MN \subset (OMN)$ nên $K = AC \cap (OMN)$.

Trong $mp(ABC)$, gọi $H = OK \cap BC$, mà $OK \subset (OMN)$ nên $H = BC \cap (OMN)$.

Trong $mp(ABC)$, gọi $G = OK \cap AB$, mà $OK \subset (OMN)$ nên $G = AB \cap (OMN)$.



Ví dụ 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ và M là điểm nằm trong tam giác SCD .

a) Xác định giao điểm của SM và mặt phẳng $(ABCD)$.

b) Xác định giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD) .

Giải

a) Trong mặt phẳng (SCD) , gọi $N = SM \cap CD$

Mà $CD \subset (ABCD)$ nên $N = SM \cap (ABCD)$

b) Chọn mặt phẳng (SAN) chứa AM

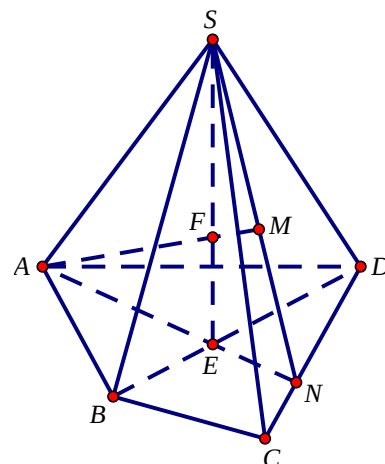
Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = AN \cap BD$, suy ra:

$E \in (SAM) \cap (SBD)$, Mà $S \in (SAM) \cap (SBD)$

Suy ra: $SE = (SAM) \cap (SBD)$

Trong mặt phẳng (SAN) , gọi $F = SE \cap AM$

Suy ra: $F = AM \cap (SBD)$

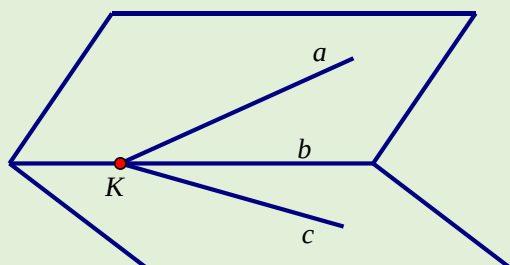


DẠNG 3. BA ĐIỂM THẲNG HÀNG, BA ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUY

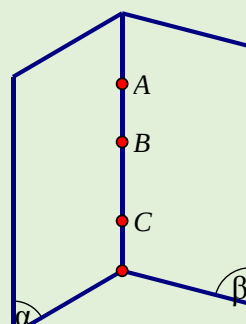
1. PHƯƠNG PHÁP

- Muốn chứng minh ba đường thẳng đồng quy ta chứng minh có hai đường thẳng cắt nhau và giao điểm đó nằm trên đường thẳng thứ 3 (Hình a).

- Muốn chứng minh ba điểm thẳng hàng ta chứng minh chúng cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt (Hình b).



Hình a



Hình b

2. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho tứ diện $S.ABC$. Trên các cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K . Chứng minh I, J, K thẳng hàng.

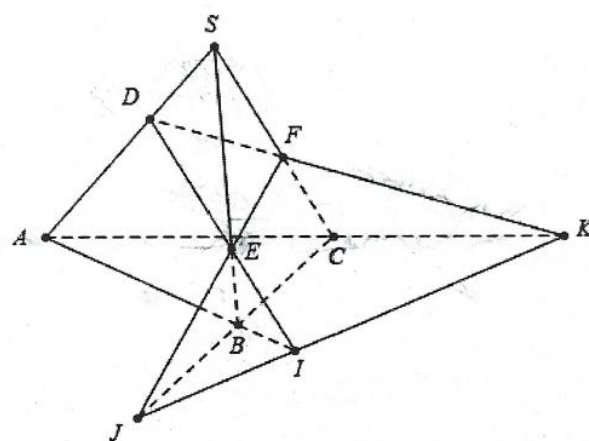
Lời giải

Ta có: $I = DE \cap AB \Rightarrow I \in (DEF) \cap (ABC)$.

Tương tự: $J = EF \cap BC \Rightarrow J \in (DEF) \cap (ABC)$

$K = FD \cap AC \Rightarrow K \in (DEF) \cap (ABC)$.

Do đó I, J, K thẳng hàng



DẠNG 4. THIẾT DIỆN

1. PHƯƠNG PHÁP

Cách 1: Tìm tất cả các đoạn giao tuyến của (α) với các mặt của hình chóp, lăng trụ $\rightarrow$ Thiết diện là đa giác tạo bởi các đoạn giao tuyến đó.

Cách 2: Tìm tất cả các giao điểm của (α) với các cạnh (nếu có) của hình chóp, lăng trụ $\rightarrow$ Thiết diện là đa giác tạo bởi các giao điểm đó.

2. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABCD$, M là một điểm trên cạnh SC , N và P lần lượt là trung điểm của AB và AD . Tìm thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNP) .

Lời giải

Ta có: $(MNP) \cap (ABCD) = MN$

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $Q = NP \cap CD$

và $K = NP \cap BC$;

Trong $mp(SBC)$, gọi $E = SB \cap KM$;

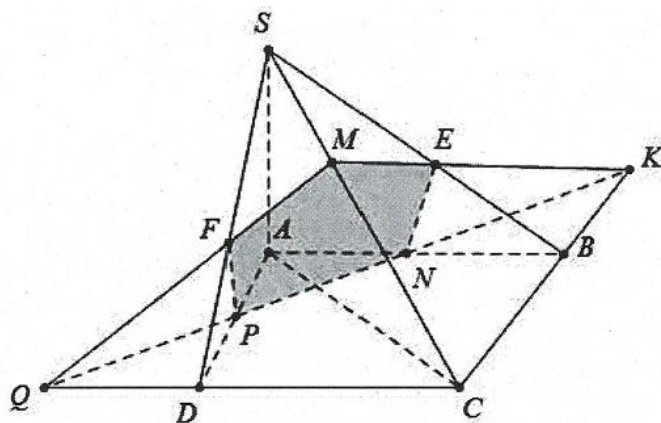
Trong $mp(SAD)$, gọi $F = SD \cap QM$.

Suy ra:

$(MNP) \cap (SCD) = MQ$, $(MNP) \cap (SBC) = MK$,

$(MNP) \cap (SAB) = NE$, $(MNP) \cap (SAD) = PF$

Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNP) là ngũ giác $NEMFP$.



Ví dụ 2. Cho tứ diện đều $ABCD$, cạnh bằng a . Kéo dài BC một đoạn $CE = a$. Kéo dài BD một đoạn $DF = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Tìm thiết diện của tứ diện với mặt phẳng (MEF) .

Lời giải

Trong $mp(ABC)$: Dựng ME cắt AC tại I . Suy ra:

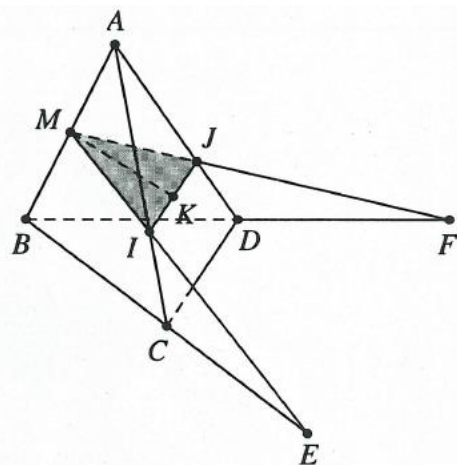
$(MNE) \cap AC = I$

Trong $mp(ABD)$: Dựng MF cắt AD tại J . Suy ra:

$(MNE) \cap AD = J$

Lại có: $(MNE) \cap AB = M$

Từ đó thiết diện của tứ diện với $mp(MEF)$ là ΔMIJ .



III. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD . Lấy M, N lần lượt thuộc các cạnh SA, SC .

a) Chứng minh đường thẳng MN nằm trong mặt phẳng (SAC) .

b) Chứng minh O là điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

Lời giải

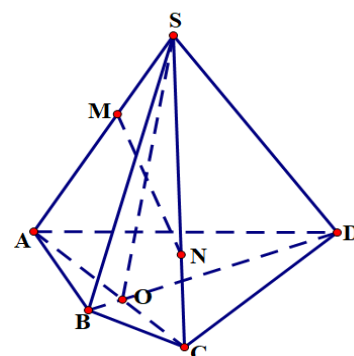
a) $M \in SA$ và $SA \subset (SAC)$ nên $M \in (SAC)$.

$N \in SC$ và $SC \subset (SAC)$ nên $N \in (SAC)$.

Vậy $MN \subset (SAC)$.

b) Ta có: $O \in AC, AC \subset (SAC)$ nên $O \in (SAC)$.

$O \in BD, BD \subset (SBD)$ nên $O \in (SBD)$.



Nên O là điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC .

a) Tìm giao điểm I của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) . Chứng minh $IA = 2IM$.

b) Tìm giao điểm E của đường thẳng SD và mặt phẳng (ABM) .

Lời giải

a) Gọi I là giao điểm của SO và AM . Ta có: $I \in AM$

Do $I \in SO; SO \subset (SBD)$ nên $I \in (SBD)$.

Vậy I là giao điểm của AM và (SBD) .

Trong tam giác SAC , ta có: M là trung điểm của SC , O là trung điểm của AC nên SO cắt AM tại I là trọng tâm của tam giác (SAC) .

$$\text{Suy ra } AI = \frac{2}{3} AM \text{ hay } AI = 2IM.$$

b) Trên mặt phẳng (SCD) kẻ một đường thẳng song song với AB cắt SD tại E . Do $ME \parallel AB$ nên A, B, M, E cùng thuộc một mặt phẳng, hay $E \in (ABM)$. Vậy E là giao của (ABM) và SD .

c) Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi NC cắt BD tại P .

Ta có S và P là hai điểm chung của hai mặt phẳng (SNC) và (SBD) nên SP là giao tuyến của (SNC) và (SBD) .

Trong mặt phẳng (SNC) , gọi MN cắt SP tại Q .

Do $SP \subset (SBD)$ nên $Q \in (SBD)$.

Vậy giao điểm của MN và (SBD) là Q .

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và BD , M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD ; P thuộc đoạn SC và không là trung điểm của SC .

a) Tìm giao điểm E của đường thẳng SO và mặt phẳng (MNP) .

b) Tìm giao điểm Q của đường thẳng SA và mặt phẳng (MNP) .

c) Gọi I, J, K lần lượt là giao điểm của QM và AB , QP và AC , QN và AD . Chứng minh I, J, K thẳng hàng.

Lời giải

a) Trong mặt phẳng SBD . Gọi E là giao điểm của SO và MN . Do $MN \subset (MNP)$ nên $E \in (MNP)$.

Vậy E là giao điểm của SO và (MNP) .

b) Trong mặt phẳng (SAC) , gọi Q là giao điểm của EP và SA . Do $EP \subset (MNP)$ nên $Q \in (MNP)$.

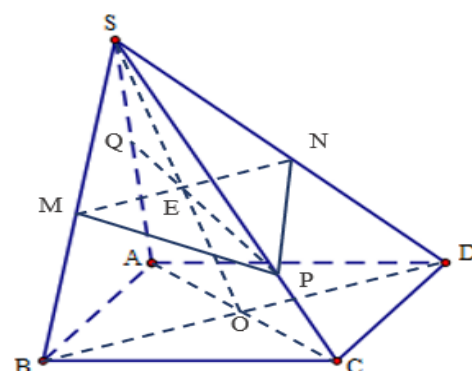
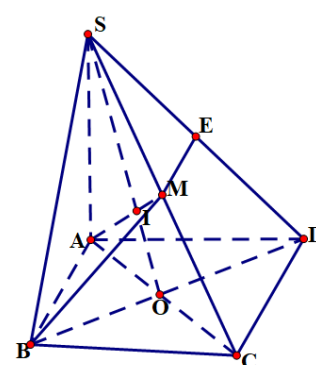
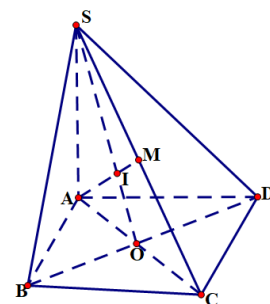
Vậy Q là giao điểm của SA và (MNP) .

c) Ta có: I và K là điểm chung của hai mặt phẳng (QMN) và $(ABCD)$.

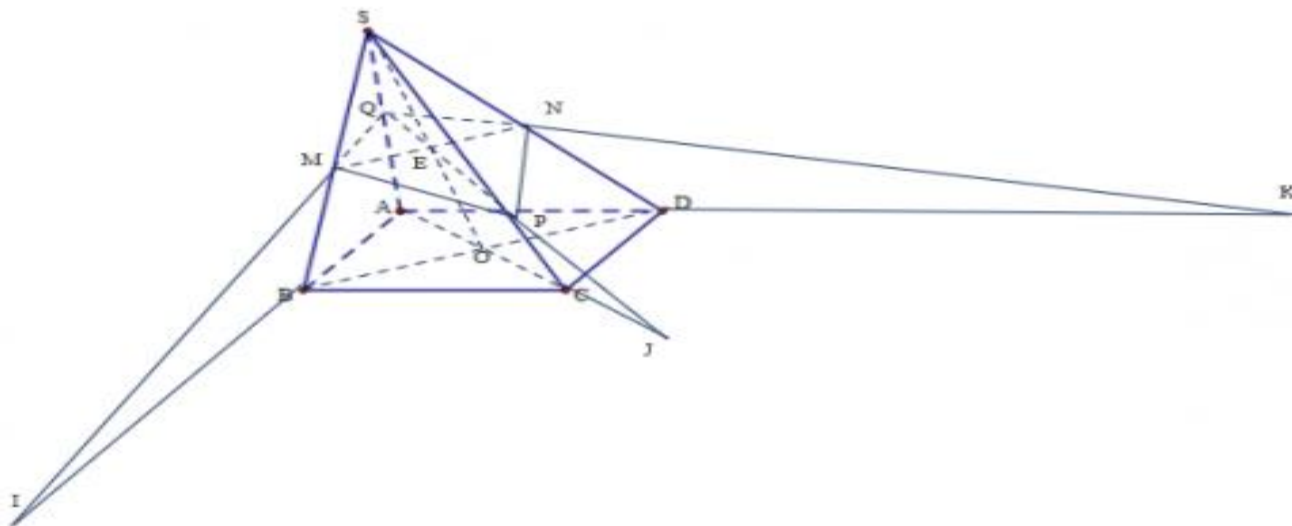
Nên IK là giao tuyến của $(MNPQ)$ và $(ABCD)$.

Ta có $J \in QP, QO \subset (MNPQ)$ nên $J \in (MNPQ)$. $J \in AC, AC \subset (ABCD)$ nên $J \in (ABCD)$.

Do đó J là giao điểm của hay J nằm trên giao tuyến của $(ABCD)$ và $(MNPQ)$.



Vậy I, J, K thẳng hàng.



Bài 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G lần lượt là ba điểm trên ba cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại $I (I \neq C)$, EG cắt AD tại $H (H \neq D)$.

- Tìm giao tuyến của các mặt phẳng (EFG) và (BCD) ; (EFG) và (ACD) .
- Chứng minh ba đường thẳng CD, IG, HF cùng đi qua một điểm.

Lời giải

a) Ta có I và G là hai điểm chung của mặt phẳng (EFG) và (BCD) nên giao tuyến của (EFG) và (BCD) là GI .

Gọi M là giao điểm của GI và $CD, CD \subset (ACD)$ nên $M \in (ACD)$.

Ta có M và F là điểm chung của mặt phẳng (EFG) và (ACD) nên giao tuyến của (EFG) và (ACD) là MF .

b) Ta có $H \in AD, AD \subset (ACD)$ nên $H \in (ACD)$

$H \in EG; EG \subset (EFG)$ nên $H \in (EFG)$.

Suy ra H là giao điểm của (EFG) và (ACD) nên H nằm trên giao tuyến của (EFG) và (ACD) : $H \in FM$ hay HF đi qua M .

Do đó, CD, IG, HF cùng đi qua điểm M .

Bài 5. Thước laser phát ra tia laser, khi tia này quay sẽ tạo ra mặt phẳng ánh sáng (Hình 41). Giải thích tại sao các thước kẻ laser lại giúp người thợ xây dựng kẻ được đường thẳng trên tường hoặc sàn nhà.

Lời giải

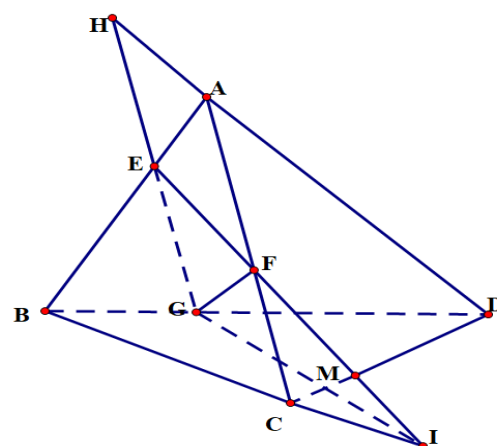
Do tia laser tạo ra một mặt phẳng, mặt phẳng này giao với mặt phẳng tường hoặc sàn nhà tại một đường thẳng.

Do đó có thể giúp người thợ kẻ được đường thẳng trên tường hoặc sàn nhà

IV. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- Qua 2 điểm phân biệt có duy nhất một mặt phẳng.
- Qua 3 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.
- Qua 3 điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng.
- Qua 4 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.



Hình 41



Câu 2. Trong không gian, cho 4 điểm không đồng phẳng. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đã cho?

- A. 6. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 3. Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

- A. Ba điểm phân biệt. B. Một điểm và một đường thẳng.
C. Hai đường thẳng cắt nhau. D. Bốn điểm phân biệt.

Câu 4. Cho tứ giác $ABCD$. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng chứa tất cả các đỉnh của tứ giác $ABCD$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 5. Trong mặt phẳng (α) , cho 4 điểm A, B, C, D trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Điểm S không thuộc mặt phẳng (α) . Có mấy mặt phẳng tạo bởi S và 2 trong 4 điểm nói trên?

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 8.

Câu 6. Cho 5 điểm A, B, C, D, E trong đó không có 4 điểm nào đồng phẳng. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tạo bởi 3 trong 5 điểm đã cho?

- A. 10. B. 12. C. 8. D. 14.

Câu 7. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác nữa.
B. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
C. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
D. Hai mặt phẳng cùng đi qua 3 điểm A, B, C không thẳng hàng thì hai mặt phẳng đó trùng nhau.

Câu 8. Cho 3 đường thẳng d_1, d_2, d_3 không cùng thuộc một mặt phẳng và cắt nhau từng đôi. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. 3 đường thẳng trên đồng quy.
B. 3 đường thẳng trên trùng nhau.
C. 3 đường thẳng trên chứa 3 cạnh của một tam giác.
D. Các khẳng định ở A, B, C đều sai.

Câu 9. Thiết diện của 1 tứ diện có thể là:

- A. Tam giác. B. Tứ giác.
C. Ngũ giác. D. Tam giác hoặc tứ giác.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.
B. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO (O là giao điểm của AC và BD).
C. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC).
D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là:

- A. AM (M là trung điểm của AB). B. AN (N là trung điểm của CD).
C. AH (H là hình chiếu của B trên CD). D. AK (K là hình chiếu của C trên BD).

Câu 12. Cho điểm A không nằm trên mặt phẳng (α) chứa tam giác BCD . Lấy E, F là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC . Khi EF và BC cắt nhau tại I , thì I **không** phải là điểm chung của hai mặt phẳng nào sau đây?

- A. (BCD) và (DEF) . B. (BCD) và (ABC) . C. (BCD) và (AEF) . D. (BCD) và (ABD) .



Câu 13. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là:

- A. đường thẳng MN .
- B. đường thẳng AH (H là trực tâm tam giác ACD).
- C. đường thẳng BG (G là trọng tâm tam giác ACD).
- D. đường thẳng AM .

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là:

- A. SD .
- B. SO (O là tâm hình bình hành $ABCD$).
- C. SG (G là trung điểm AB).
- D. SF (F là trung điểm CD).

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA, SB . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $IJCD$ là hình thang.
- B. $(SAB) \cap (IBC) = IB$.
- C. $(SBD) \cap (JCD) = JD$.
- D. $(IAC) \cap (JBD) = AO$ (O là tâm $ABCD$).

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Gọi M là trung điểm CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là:

- A. SI (I là giao điểm của AC và BM).
- B. SJ (J là giao điểm của AM và BD).
- C. SO (O là giao điểm của AC và BD).
- D. SP (P là giao điểm của AB và CD).

Câu 17. Cho 4 điểm không đồng phẳng A, B, C, D . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của (IBC) và (KAD) là:

- A. IK .
- B. BC .
- C. AK .
- D. DK .

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AB \parallel CD$. Gọi I là giao điểm của AC và BD . Trên cạnh SB lấy điểm M . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ADM) và (SAC) .

- A. SI .
- B. AE (E là giao điểm của DM và SI).
- C. DM .
- D. DE (E là giao điểm của DM và SI).

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M thuộc miền trong của tam giác ACD . Gọi I và J lần lượt là hai điểm trên cạnh BC và BD sao cho IJ không song song với CD . Gọi H, K lần lượt là giao điểm của IJ với CD của MH và AC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (IJM) là

- A. KI .
- B. KJ .
- C. MI .
- D. MH .

Câu 20. Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của

- A. CD và NP .
- B. CD và MN .
- C. CD và MP .
- D. CD và AP .



Câu 21. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD ; G là trọng tâm tam giác BCD . Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là:

- A. điểm F .
- B. giao điểm của đường thẳng EG và AF .
- C. giao điểm của đường thẳng EG và AC .
- D. giao điểm của đường thẳng EG và CD .

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC . Gọi I là giao điểm của AM với mặt phẳng (SBD) . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IM}$.
- B. $\overrightarrow{IA} = -3\overrightarrow{IM}$.
- C. $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IM}$.
- D. $IA = 2,5IM$.

Câu 23. Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C . Giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là:

- A. giao điểm của SD và AB .
- B. giao điểm của SD và AM .
- C. giao điểm của SD và BK (với $K = SO \cap AM$).
- D. giao điểm của SD và MK (với $K = SO \cap AM$).

Câu 24. Cho bốn điểm N không cùng ở trong một mặt phẳng. Gọi P lần lượt là trung điểm của D . Trên

MND lấy điểm MND sao cho $MN = \frac{AB}{2} = a$ không song song với $DM = DN = \frac{AD\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ (MND

không trùng với các đầu mút). Gọi E là giao điểm của đường thẳng D với mặt phẳng H . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. E nằm ngoài đoạn BC về phía B .
- B. E nằm ngoài đoạn BC về phía C .
- C. E nằm trong đoạn BC .
- D. E nằm trong đoạn BC và $E \neq B, E \neq C$.

Câu 25. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và AC , E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là:

- A. Tam giác MNE .
- B. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD .
- C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.
- D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

Câu 26. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC . Trên đường thẳng CD lấy điểm M nằm ngoài đoạn CD . Thiết diện của tứ diện với mặt phẳng (HKM) là:

- A. Tứ giác $HKMN$ với $N \in AD$.
- B. Hình thang $HKMN$ với $N \in AD$ và $HK \parallel MN$.
- C. Tam giác HKL với $L = KM \cap BD$.
- D. Tam giác HKL với $L = HM \cap AD$.

Câu 27. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD, BC lần lượt tại P và Q . Biết MP cắt NQ tại I . Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

- A. I, A, C .
- B. I, B, D .
- C. I, A, B .
- D. I, C, D .



Câu 28. Cho tứ diện $SABC$. Gọi L, M, N lần lượt là các điểm trên các cạnh SA, SB và AC sao cho LM không song song với AB , LN không song song với SC . Mặt phẳng (LMN) cắt các cạnh AB, BC, SC lần lượt tại K, I, J . Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

- A. K, I, J . B. M, I, J . C. N, I, J . D. M, K, J .

Câu 29. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD , M là trung điểm CD , I là điểm ở trên đoạn thẳng AG , BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $AM = (ACD) \cap (ABG)$. B. A, J, M thẳng hàng.
C. J là trung điểm của AM . D. $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$.

Câu 30. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I , EG cắt AD tại H . Ba đường thẳng nào sau đây đồng quy?

- A. CD, EF, EG . B. CD, IG, HF . C. AB, IG, HF . D. AC, IG, BD .

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ không phải là hình thang. Trên cạnh SC lấy điểm M . Gọi N là giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMB) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Ba đường thẳng AB, CD, MN đôi một song song.
B. Ba đường thẳng AB, CD, MN đôi một cắt nhau.
C. Ba đường thẳng AB, CD, MN đồng quy.
D. Ba đường thẳng AB, CD, MN cùng thuộc một mặt phẳng.

BÀI 2: HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

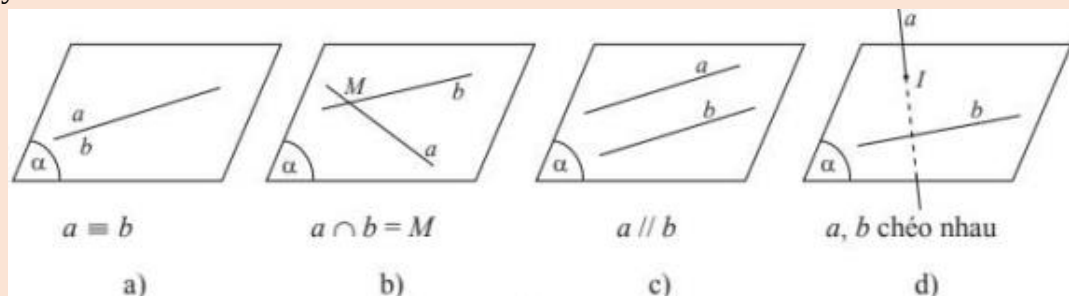
1. Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian

Cho hai đường thẳng a và b trong không gian. Khi đó có thể xảy ra một trong hai trường hợp sau:

- **Trường hợp 1:** Có một mặt phẳng chứa a và b . Khi đó ta nói a và b đồng phẳng. Theo kết quả của hình học phẳng, có ba khả năng sau đây xảy ra:

- Nếu a và b có hai điểm chung thì ta nói a trùng b , kí hiệu $a \equiv b$.
- Nếu a và b có một điểm chung duy nhất M thì ta nói a và b cắt nhau tại M , kí hiệu $a \cap b = M$.
- Nếu a và b không có điểm chung thì ta nói a và b song song với nhau, kí hiệu $a // b$.

- **Trường hợp 2:** Không có mặt phẳng nào chứa cả a và b . Khi đó ta nói đường thẳng a và b chéo nhau hay a chéo với b .



Hai đường thẳng gọi là **song song** nếu chúng nằm trong cùng một mặt phẳng và không có điểm chung.

Chú ý:

- a) Hai đường thẳng gọi là **chéo nhau** nếu chúng không đồng phẳng.
- b) Cho hai đường thẳng song song a và b . Có duy nhất một mặt phẳng chứa hai đường thẳng đó, kí hiệu $mp(a, b)$.

2. Tính chất cơ bản về hai đường thẳng song song

Định lý 1

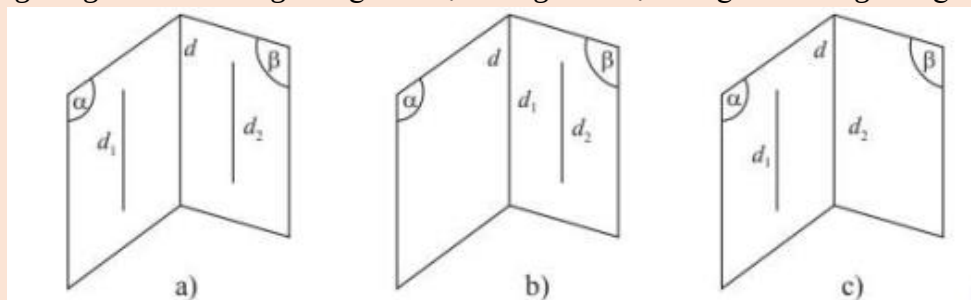
Trong không gian, qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng, có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đó.

Định lý 2

Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.

Hệ quả

Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.



Định lý 3

Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Chú ý: Khi hai đường thẳng phân biệt a, b cùng song song với đường thẳng c thì ta có thể kí hiệu là $a // b // c$ và gọi là ba đường thẳng song song.

II. DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

DẠNG 1. TÌM GIAO TUYẾN HAI MẶT PHẪNG

1. PHƯƠNG PHÁP

Cách 2	Tìm 1 điểm chung của 2 mặt phẳng và chứng tỏ trong 2 mặt phẳng lần lượt có chứa 2 đường thẳng song song nhau $\rightarrow$ Giao tuyến là đường thẳng đi qua điểm chung và song song 2 đường thẳng đó.	$\begin{cases} I \in (\alpha) \cap (\beta) \\ a \subset (\alpha), b \subset (\beta) \\ a \parallel b \end{cases}$ $\Rightarrow (\alpha) \cap (\beta) = Ix \ (Ix \parallel a \parallel b)$	
----------------------	--	---	--

2. VÍ DỤ

Ví dụ 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và SB . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) , (SCD) và (MAB)

Lời giải

□ Xác định giao tuyến của (SAD) và (SBC)

Ta có:

$$\begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD), BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases}$$

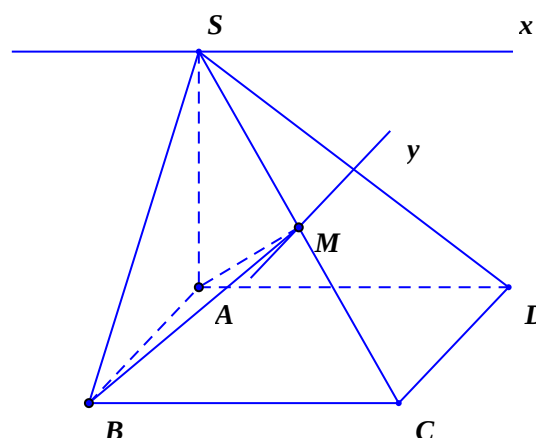
$$\Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sx \ (Sx \parallel AD \parallel BC)$$

□ Xác định giao tuyến của (SCD) và (MAB)

Ta có:

$$\begin{cases} M \in (SCD) \cap (MAB) \\ CD \subset (SCD), AB \subset (MAB) \\ CD \parallel AB \end{cases}$$

$$\Rightarrow (SCD) \cap (MAB) = My \ (My \parallel CD \parallel AB)$$



**CHÓP****1. PHƯƠNG PHÁP (Như bài 1)****2. VÍ DỤ**

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, M là trung điểm của SC .

a) Tìm giao điểm của đường thẳng BM và mặt phẳng (SAD)

b) Tìm thiết diện của mặt phẳng (MAD) và hình chóp.

Giải

a) Chọn mặt phẳng (SBC) chứa BM

$$\begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \parallel BC \\ AD \subset (SAD), BC \subset (SBC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sx(Sx \parallel AD \parallel BC)$$

Trong mặt phẳng (SBC) , gọi $I = Sx \cap BM$

Suy ra: $I = BM \cap (SAD)$

b) Ta có: $(MAD) \cap (SCD) = MD$; $(MAD) \cap (SAD) = AD$

$$\begin{cases} S \in (AMD) \cap (SBA) \\ AD \parallel BC \\ AD \subset (MAD), BC \subset (SBC) \end{cases}$$

$$AD \parallel BC$$

$$AD \subset (MAD), BC \subset (SBC)$$

$$\Rightarrow (MAD) \cap (SBC) = MN \quad (MN \parallel BC \parallel AD, N \in SB)$$

$$(MAD) \cap (SAB) = AN$$

Vậy thiết diện cần tìm là tứ giác $MNAD$

III. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 1. Cho hai đường thẳng song song a và b . Mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Một đường thẳng c cắt a thì cũng cắt b .

b) Một đường thẳng c chéo với a thì cũng chéo với b .

Lời giải

2 mệnh đề trên đều sai.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABC$ và điểm M thuộc miền trong tam giác ABC (Hình 17). Qua M , vẽ đường thẳng d song song với SA , cắt (SBC) tại N . Trên hình vẽ, hãy chỉ rõ vị trí của điểm N và xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (CMN) .

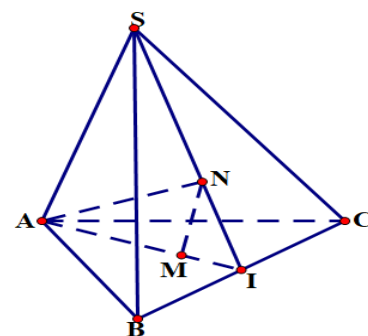
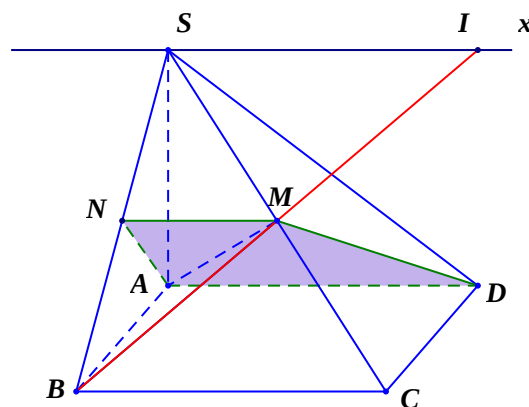
Lời giải

Gọi I là giao điểm của AM và BC . Trong mặt phẳng (SAI) , kẻ đường thẳng d song song SA cắt SI tại N .

Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (CMN) là đường thẳng đi qua C và song song với SA và MN .

Bài 3. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SCD) và (SAB) .





b) Lấy một điểm M trên đoạn SA (M khác S và A), mặt phẳng (BCM) cắt SD tại N . Tứ giác $CBMN$ là hình gì?

Lời giải

a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SCD) và (SAB) là đường thẳng đi qua S và song song với AB và CD .

b) Giao tuyến của (BCM) với (SAD) là đường thẳng MN song song với BC .

Do đó $CBMN$ là hình thang.

Bài 4. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I là trung điểm của SD . Hai mặt phẳng (IAC) và (SBC) cắt nhau theo giao tuyến Cx . Chứng minh rằng $Cx \parallel SB$.

Lời giải

Mặt phẳng (SBC) và (SAD) giao nhau tại đường thẳng d đi qua S và song song với BC . Trong mặt phẳng (SAD) , kéo dài AI cắt d tại K .

$$AI \subset (AIC) \text{ nên } K \in (AIC)$$

Ta có C và K là 2 điểm chung của hai mặt phẳng (SBC) và (CIA) nên CK là giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (CIA) .

Trong mặt phẳng $(SADK)$ ta có $AD \parallel SK$, I là trung điểm của SD nên $AD = SK$. Mà $AB = DC$. Suy ra $SK = BC$.

Ta có $SK \parallel BC$, $SK = BC$ nên $SBCK$ là hình bình hành.

Suy ra $CK \parallel SB$ hay $Cx \parallel SB$.

Bài 5. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy là hình bình hành, AC và BD cắt nhau tại O . Gọi I là trung điểm của SO . Mặt phẳng (ICD) cắt SA, SB lần lượt tại M, N .

a) Hãy nói cách xác định hai điểm M và N . Cho $AB = a$. Tính MN theo a .

b) Trong mặt phẳng $(CDMN)$, gọi K là giao điểm của CN và DM . Chứng minh $SK \parallel BC \parallel AD$.

Lời giải

a) Trong mặt phẳng (SAC) , gọi M là giao của CI và SA . $CI \subset (ICD)$ nên $M \in (ICD)$. Trong mặt phẳng (SBD) , gọi N là giao của DI và SB . $DI \subset (ICD)$ nên $N \in (ICD)$.

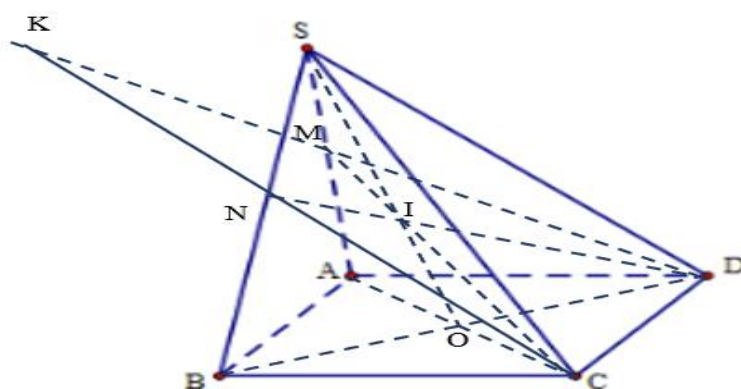
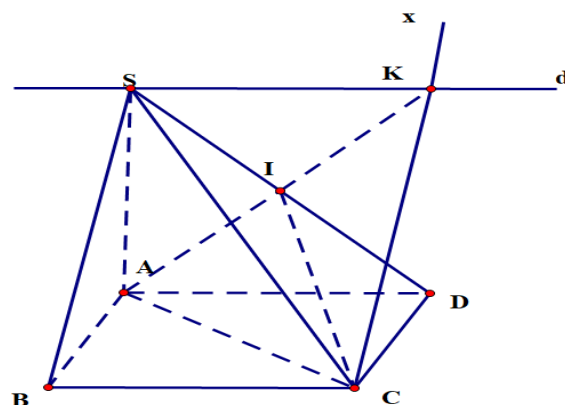
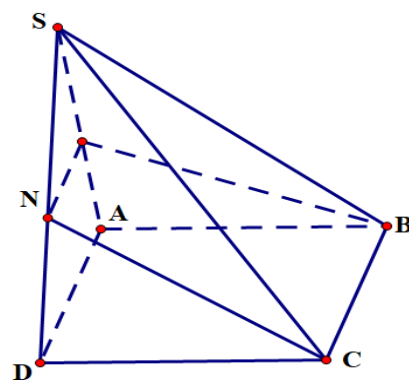
Ta có MN là giao của (KCD) và (SAB) . Mà $AB \parallel CD$ nên $MN \parallel CD$.

Theo định lý Menelaus, trong tam giác SOA ,

$$\text{ta có: } \frac{SM}{MA} \cdot \frac{AC}{CO} \cdot \frac{OI}{IS} = 1.$$

$$\text{Hay } \frac{SM}{MA} \cdot 2 \cdot 1 = 1. \text{ Suy ra: } \frac{SM}{MA} = \frac{1}{2} \text{ Nên } \frac{SM}{SA} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Ta có } MN \parallel AB \text{ nên } \frac{SM}{SA} = \frac{MN}{AB}.$$



Vậy $MN = \frac{1}{3}a$.

b) $K \in CN; CN \subset (SBC)$ nên $K \in (SBC)$. $K \in DM; DM \subset (SAD)$ nên $K \in (SAD)$.

Ta có S và K là hai điểm chung của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) nên SK là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .

Mà $AD \parallel BC$ nên $SK \parallel BC \parallel AD$.

Bài 6. Chỉ ra các đường thẳng song song trong mỗi hình sau. Tìm thêm một số ví dụ khác về các đường thẳng song song trong thực tế.

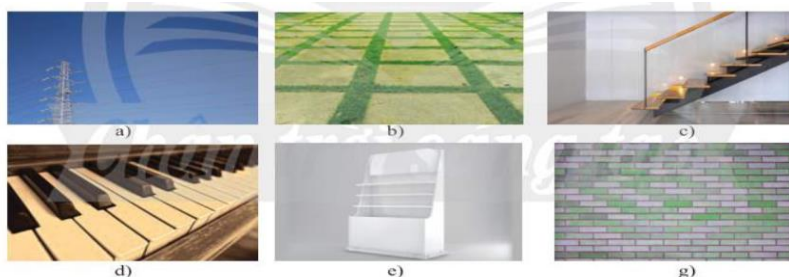
Lời giải

Hình a: Các dây điện song song với nhau.

Hình b: Các mép của viên gạch lát song song với nhau.

Hình c: Các mép của bậc thang song song với nhau.

Hình d: Các mép của phím đàn song song với nhau.



Hình 18

IV. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 32. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- C. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.
- D. Hai đường thẳng phân biệt không chéo nhau thì hoặc cắt nhau hoặc song song.

Câu 33. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Hai đường thẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác.
- B. Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng không điểm chung.
- C. Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.
- D. Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.

Câu 34. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- B. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì trùng nhau.
- C. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau hoặc trùng nhau.
- D. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng song song.

Câu 35. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

- A. Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng có điểm chung.
- B. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.
- C. Hai đường thẳng song song với nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.
- D. Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng phân biệt thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

Câu 36. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Lấy A, B thuộc a và C, D thuộc b . Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC ?

- A. Có thể song song hoặc cắt nhau.
- B. Cắt nhau.
- C. Song song với nhau.
- D. Chéo nhau.

Câu 37. Cho ba mặt phẳng phân biệt (α) , (β) , (γ) có $(\alpha) \cap (\beta) = d_1$; $(\beta) \cap (\gamma) = d_2$; $(\alpha) \cap (\gamma) = d_3$.

Khi đó ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 :

- A. Đôi một cắt nhau.
- B. Đôi một song song.
- C. Đồng quy.
- D. Đôi một song song hoặc đồng quy.



Câu 38. Trong không gian, cho 3 đường thẳng a, b, c , biết $a // b$, a và c chéo nhau. Khi đó hai đường thẳng b và c :

- A. Trùng nhau hoặc chéo nhau. B. Cắt nhau hoặc chéo nhau.
C. Chéo nhau hoặc song song. D. Song song hoặc trùng nhau.

Câu 39. Trong không gian, cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c trong đó $a // b$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Nếu $a // c$ thì $b // c$.
B. Nếu c cắt a thì c cắt b .
C. Nếu $A \in a$ và $B \in b$ thì ba đường thẳng a, b, AB cùng ở trên một mặt phẳng.
D. Tồn tại duy nhất một mặt phẳng qua a và b .

Câu 40. Cho hai đường thẳng chéo nhau a, b và điểm M ở ngoài a và ngoài b . Có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng qua M cắt cả a và b ?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số.

Câu 41. Trong không gian, cho 3 đường thẳng a, b, c chéo nhau từng đôi. Có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng cắt cả 3 đường thẳng ấy?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số.

Câu 42. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. IJ song song với CD . B. IJ song song với AB .
C. IJ chéo CD . D. IJ cắt AB .

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có AD không song song với BC . Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm AC, BD, BC, CD, SA, SD . Cặp đường thẳng nào sau đây song song với nhau?

- A. MP và RT . B. MQ và RT . C. MN và RT . D. PQ và RT .

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào không song song với IJ ?

- A. EF . B. DC . C. AD . D. AB .

Câu 45. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng AB ; P, Q là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng CD . Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng MP, NQ .

- A. $MP // NQ$. B. $MP \equiv NQ$.
C. MP cắt NQ . D. MP, NQ chéo nhau.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. d qua S và song song với BC . B. d qua S và song song với DC .
C. d qua S và song song với AB . D. d qua S và song song với BD .

Câu 47. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC , G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng:

- A. qua I và song song với AB . B. qua J và song song với BD .
C. qua G và song song với CD . D. qua G và song song với BC .

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD . Gọi (ACI) lần lượt là trung điểm của AD và BC và G là trọng tâm của tam giác SAB . Giao tuyến của (SAB) và S , $SB = 8$. là

- A. SC .
B. đường thẳng qua S và song song với AB .
C. đường thẳng qua G và song song với DC .



D. đường thẳng qua G và cắt BC .

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là:

A. Tam giác IBC .

B. Hình thang $IBCI$ (I là trung điểm SD).

C. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB).

D. Tứ giác $IBCD$.

Câu 50. Cho tứ diện $ABCD$, M và N lần lượt là trung điểm AB và AC . Mặt phẳng (α) qua MN cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là đa giác (T) . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (T) là hình chữ nhật.

B. (T) là tam giác.

C. (T) là hình thoi.

D. (T) là tam giác; hình thang hoặc hình bình hành.

Câu 51. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AB đáy nhỏ CD . Gọi M , N lần lượt là trung điểm của SA và SB . Gọi P là giao điểm của SC và (AND) . Gọi I là giao điểm của AN và DP . Hỏi tứ giác $SABI$ là hình gì?

A. Hình bình hành.

B. Hình chữ nhật.

C. Hình vuông.

D. Hình thoi.

Câu 52. Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm P , Q lần lượt là trung điểm của AB và CD ; điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của mặt phẳng (PQR) và cạnh AD . Tính tỉ số $\frac{SA}{SD}$.

A. 2.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 53. Cho tứ diện $ABCD$ và ba điểm P , Q , R lần lượt lấy trên ba cạnh AB , CD , BC . Cho $PR \parallel AC$ và $CQ = 2QD$. Gọi giao điểm của AD và (PQR) là S . Chọn khẳng định đúng?

A. $AD = 3DS$.

B. $AD = 2DS$.

C. $AS = 3DS$.

D. $AS = DS$.

Câu 54. Gọi G là trọng tâm tứ diện $ABCD$. Gọi A' là trọng tâm của tam giác BCD . Tính tỉ số $\frac{GA}{GA'}$.

A. 2.

B. 3.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 55. Cho tứ diện $ABCD$ trong đó có tam giác BCD không cân. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB , CD và G là trung điểm của đoạn MN . Gọi A_1 là giao điểm của AG và (BCD) . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. A_1 là tâm đường tròn tam giác BCD .

B. A_1 là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCD .

C. A_1 là trực tâm tam giác BCD .

D. A_1 là trọng tâm tam giác BCD .

BÀI 3. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG SONG SONG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

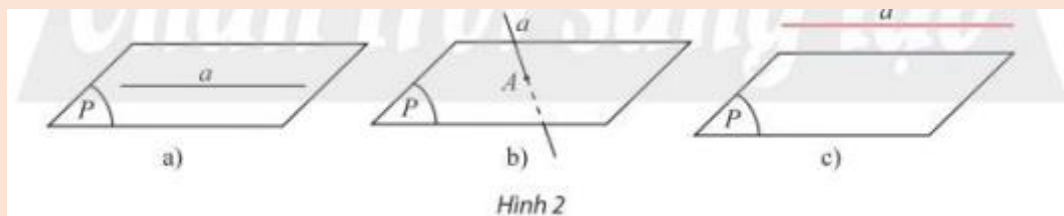
1. Đường thẳng song song với mặt phẳng

Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) . Khi đó có thể xảy ra một trong ba trường hợp sau:

- **Trường hợp 1:** a và (P) có từ hai điểm chung phân biệt trở lên (Hình 2a), suy ra mọi điểm thuộc a đều thuộc (P) , ta nói a nằm trong (P) , kí hiệu $a \subset (P)$.

- **Trường hợp 2:** a và (P) có một điểm chung duy nhất A (Hình 2b), ta nói a cắt (P) tại A , kí hiệu $a \cap (P) = A$.

- **Trường hợp 3:** a và (P) không có điểm chung nào (Hình 2c), ta nói a song song với (P) , kí hiệu $a // (P)$.



Đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) nếu chúng không có điểm chung.

2. Điều kiện để một đường thẳng song song với một mặt phẳng

Định lí 1

Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và song song với một đường thẳng b nào đó nằm trong (P) thì a song song với (P) .

3. Tính chất cơ bản của đường thẳng và mặt phẳng song song

Định lí 2

Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) . Nếu mặt phẳng (Q) chứa a , cắt (P) theo giao tuyến b thì a song song với b .

Hệ quả 1

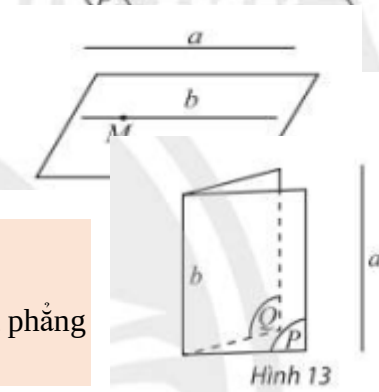
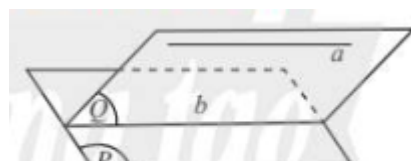
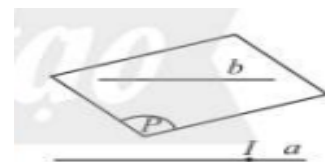
Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) . Nếu qua điểm M thuộc (P) ta vẽ đường thẳng b song song với a thì b phải nằm trong (P) .

Hệ quả 2

Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.

Định lí 3

Nếu a và b là hai đường thẳng chéo nhau thì qua a , có một và chỉ một mặt phẳng song song với b .



II. DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

DẠNG 1. CHỨNG MINH ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG MẶT PHẪNG

1. PHƯƠNG PHÁP

Cách 1	ĐL: Nếu ĐT d không chứa trong MP (α) và song song với ĐT d' chứa trong MP (α) thì ĐT d song song với MP (α).	$\left. \begin{array}{l} d \not\subset (\alpha) \\ d \parallel d' \\ d' \subset (\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow d \parallel (\alpha)$	
----------------------	---	---	--

2. VÍ DỤ

Ví dụ. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Chứng minh: $AB \parallel (SCD)$ và $MN \parallel (SAD)$

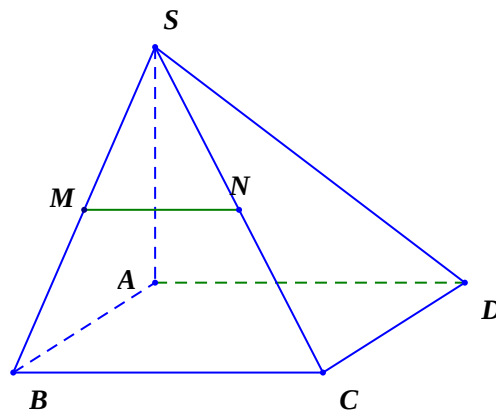
Giải.

Ta có:

$$\begin{cases} AB \not\subset (SCD) \\ AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD) \\ CD \subset (SCD) \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{cases} MN \not\subset (SAD) \\ MN \parallel BC \parallel AD \Rightarrow MN \parallel (SAD) \\ AD \subset (SAD) \end{cases}$$



DẠNG 2. TÌM GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẪNG. THIẾT DIỆN QUA MỘT ĐIỂM VÀ SONG SONG VỚI MỘT ĐƯỜNG THẲNG

1. PHƯƠNG PHÁP

Cách 3	Tìm 1 điểm chung của 2 mặt phẳng và chứng tỏ trong mặt phẳng này có chứa 1 đường thẳng song song với mặt phẳng kia $\rightarrow$ Giao tuyến là đường thẳng đi qua điểm chung và song song đường thẳng đó.	$\begin{cases} I \in (\alpha) \cap (\beta) \\ a \subset (\alpha) \\ a \parallel (\beta) \end{cases}$ $\Rightarrow (\alpha) \cap (\beta) = Ix \ (Ix \parallel a)$	
----------------------	---	--	--

2. VÍ DỤ

Ví dụ. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SD, SC . Gọi (α) là mặt phẳng qua MN và song song BC . Xác định thiết diện của (α) và hình chóp.

Giải

$$\square (\alpha) \cap (SCD) = MN$$

$$\begin{cases} N \in (\alpha) \cap (SBC) \\ (\alpha) \parallel BC \\ BC \subset (SBC) \end{cases}$$

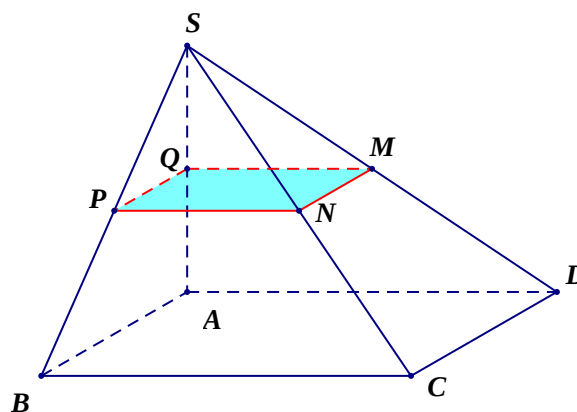
$$\square \Rightarrow (\alpha) \cap (SBC) = NP \ (NP \parallel BC, P \in SB)$$

$$\begin{cases} P \in (\alpha) \cap (SAB) \\ AB \parallel CD \parallel MN \\ AB \subset (SAB), MN \subset (\alpha) \end{cases}$$

$$\square \Rightarrow (\alpha) \cap (SAB) = PQ \ (PQ \parallel AB, Q \in SA)$$

$$\square (\alpha) \cap (SAD) = QM$$

Vậy thiết diện cần tìm là hình bình hành $MNPQ$



III. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành có O là giao điểm hai đường chéo. Cho M là trung điểm của SC .

a) Chứng minh đường thẳng OM song song với hai mặt phẳng (SAD) và (SBA) .

b) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (OMD) và (SAD) .

Lời giải

a) Trong tam giác SAC , O và M lần lượt là trung điểm của AC và SC nên $OM // SA$.

Mà $SA \subset (SAD)$; $SA \subset (SBA)$.

Nên $OM // (SAD)$, $OM // (SBA)$.

b) Hai mặt phẳng (SAD) và (OMD) có $SA // OM$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng là đường thẳng đi qua D song song với SA và OM .

Bài 2. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không nằm trong cùng một mặt phẳng. Gọi O và O' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $ABEF$.

a) Chứng minh đường thẳng OO' song song với các mặt phẳng $(CDEF)$, (ADF) và (BCE) .

b) Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AF và BE . Chứng minh $MN // (CDFE)$.

c) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (OMN) và $(ABCD)$.

Lời giải

a) Trong tam giác FBD , O và O' lần lượt là trung điểm của BD và BF nên $OO' // FD$. Mà $FD \subset (EFDC)$, $FD \subset (ADF)$ nên $OO' // (EFDC)$, $OO' // (ADF)$.

Trong tam giác AEC , O và O' lần lượt là trung điểm của AE và AC nên $O' // EC$.

Mà $EC \subset (BCE)$ nên $OO' // (BCE)$.

b) Trong hình bình hành $ABEF$ có M, N lần lượt là trung điểm của AE và BF nên $MN // EF // AB$.

Mà $EF \subset (CDFE)$ nên $MN // (CDFE)$.

c) Hai mặt phẳng (OMN) và $(ABCD)$ có điểm O chung, $MN // AB$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng là đường thẳng đi qua O và song song với AB .

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và một điểm M di động trên cạnh AD . Một mặt phẳng (α) qua M , song song với CD và SA , cắt BC, SC, SD lần lượt tại N, P, Q .

a) $MNPQ$ là hình gì?

b) Gọi $I = MQ \cap NP$. Chứng minh rằng I luôn luôn thuộc một đường thẳng cố định khi M di động trên AD .

Lời giải

a) $CD // (\alpha)$, (SCD) chứa CD cắt (α) tại PQ nên $PQ // CD$, $CD // (\alpha)$, $(ABCD)$ chứa CD cắt (α) tại MN nên $MN // CD$.

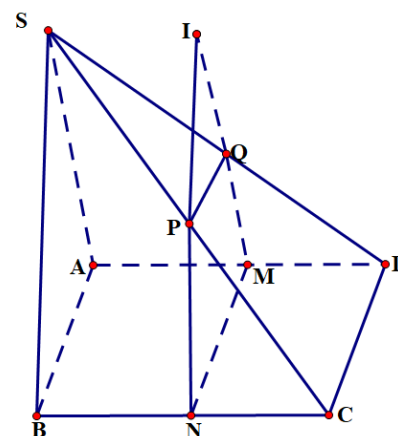
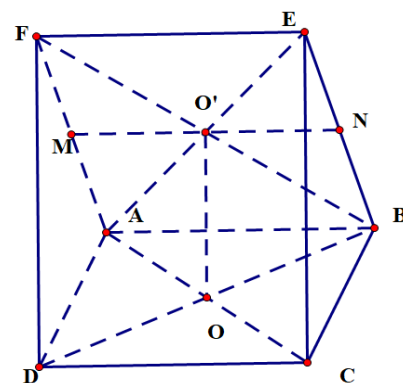
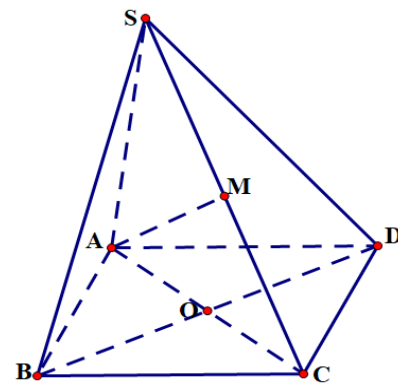
Suy ra $MN // PQ$.

b) Mặt phẳng (SBC) và (SAD) giao nhau tại đường thẳng đi qua S và song song với BC và AD . $I \in NP$, $NP \subset (SBC)$ nên $I \in (SBC)$

$I \in QM$, $QM \subset (SAD)$ nên $I \in (SAD)$.

Do đó I là điểm chung của hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) nên I nằm trên giao tuyến của hai mặt phẳng đó.

Suy ra I nằm trên đường thẳng đi qua S và song song với BC .





Bài 4. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M thuộc cạnh AB . Gọi (α) là mặt phẳng qua M , song song với hai đường thẳng BC và AD . Gọi N, P, Q lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (α) với các cạnh AC, CD và DB .

- Chứng minh $MNPQ$ là hình bình hành.
- Trong trường hợp nào thì $MNPQ$ là hình thoi?

Lời giải

- $(\alpha) // BC, BC \subset (ABC)$ và (α) cắt (ABC) tại MN nên $MN // BC$.
 $(\alpha) // BC, BC \subset (BCD)$ và (α) cắt (BCD) tại PQ nên $PQ // BC$.

Suy ra: $MN // PQ$.

- $(\alpha) // AD, AD \subset (ABD)$ và (α) cắt (ABD) tại MQ nên $MQ // AD$.

- $(\alpha) // AD, AD \subset (ACD)$ và (α) cắt (ACD) tại NP nên $NP // AD$.

Suy ra: $MQ // NP$.

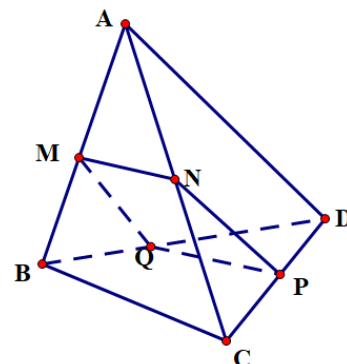
Do đó, $MNPQ$ là hình bình hành.

- $MNPQ$ là hình thoi khi $MN = NP$.

Ta có: $\frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC}$; $\frac{NP}{AD} = \frac{CN}{AC}$ hay $\frac{MN}{AD} = \frac{CN}{AC}$.

Mà $\frac{AN}{AC} + \frac{CN}{AC} = 1$ nên $\frac{MN}{BC} + \frac{NP}{AD} = 1$

Suy ra: $MN = \frac{AD \cdot BC}{AD + BC}$.



Bài 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn AB . Gọi M là trung điểm của CD , (P) là mặt phẳng qua M song song với SA và BC . Tìm giao tuyến của (P) với các mặt của hình chóp $S.ABCD$.

Lời giải

Qua M kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB tại N .

Qua N kẻ đường thẳng song song với SA cắt AB tại P .

Qua P kẻ đường thẳng song song với BC cắt SC tại Q .

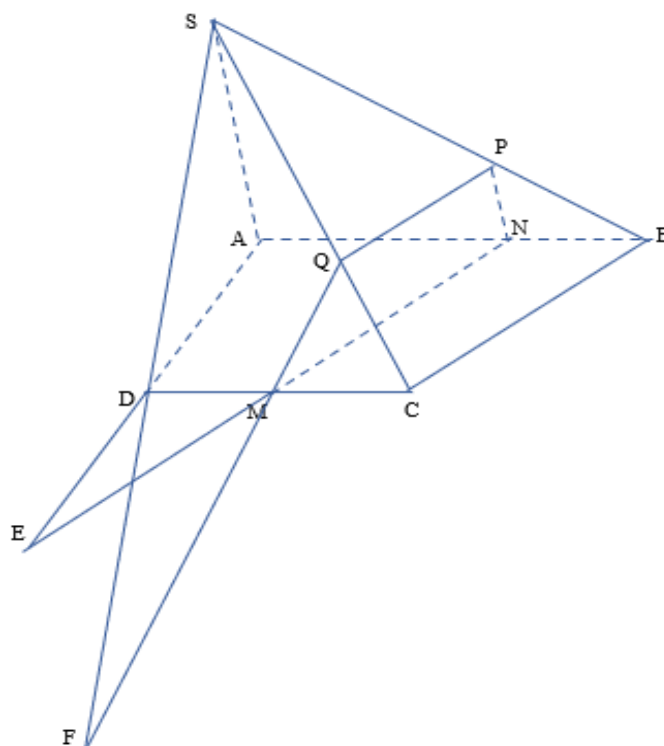
Mặt phẳng $(MNPQ)$ có $MN // SB, NP // SA$ n
 mặt phẳng $(MNPQ)$ là mặt phẳng (P) .

Giao tuyến của (P) với
 $(ABCD), (SAB), (SBC), (SCD)$ lần lượt là
 MN, NP, PQ và QM .

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi E là giao điểm
 của MN và AD .

Trong mặt phẳng (ACD) , gọi F là giao điểm
 của MQ và SD .

Ta có: E và F là hai điểm chung của mặt phẳng
 (P) và (SAD) nên giao tuyến của (P) với (SAD)
 là EF .



Bài 6. Mô tả vị trí tương đối của các đường thẳng a, b, c, d, e với mặt phẳng (P) là mặt trước của toà nhà (Hình 19).

Lời giải

Đường thẳng a, e nằm trong mặt phẳng (P) .

Đường thẳng b, c song song với mặt phẳng (P) .

Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) .



Hình 19

IV. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 56. Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối của a và (P) ?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 57. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a \parallel b$, $b \parallel (\alpha)$. Khi đó:

- A. $a \parallel (\alpha)$. B. $a \subset (\alpha)$.
C. a cắt (α) . D. $a \parallel (\alpha)$ hoặc $a \subset (\alpha)$.

Câu 58. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a \parallel (\alpha)$, $b \subset (\alpha)$. Khi đó:

- A. $a \parallel b$. B. a, b chéo nhau.
C. $a \parallel b$ hoặc a, b chéo nhau. D. a, b cắt nhau.

Câu 59. Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) . Giả sử $b \not\subset (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Nếu $b \parallel (\alpha)$ thì $b \parallel a$.
B. Nếu b cắt (α) thì b cắt a .
C. Nếu $b \parallel a$ thì $b \parallel (\alpha)$.
D. Nếu b cắt (α) và (β) chứa b thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng cắt cả a và b .

Câu 60. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a \parallel (\alpha)$ và $b \parallel (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. a và b không có điểm chung.
B. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.
C. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.
D. a và b chéo nhau.

Câu 61. Cho $d \parallel (\alpha)$, mặt phẳng (β) qua d cắt (α) theo giao tuyến d' . Khi đó:

- A. $d \parallel d'$. B. d cắt d' . C. d và d' chéo nhau. D. $d \equiv d'$.

Câu 62. Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. Vô số.

Câu 63. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Có duy nhất một mặt phẳng song song với a và b .
B. Có duy nhất một mặt phẳng qua a và song song với b .
C. Có duy nhất một mặt phẳng qua điểm M , song song với a và b (với M là điểm cho trước).
D. Có vô số đường thẳng song song với a và cắt b .



Câu 64. Cho ba đường thẳng đôi một chéo nhau a, b, c . Gọi (P) là mặt phẳng qua a , (Q) là mặt phẳng qua b sao cho giao tuyến của (P) và (Q) song song với c . Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng (P) và (Q) thỏa mãn yêu cầu trên?

- A. Một mặt phẳng (P) , một mặt phẳng (Q) . B. Một mặt phẳng (P) , vô số mặt phẳng (Q) .
C. Một mặt phẳng (Q) , vô số mặt phẳng (P) . D. Vô số mặt phẳng (P) và (Q) .

Câu 65. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $MN \parallel (ABCD)$ B. $MN \parallel (SAB)$ C. $MN \parallel (SCD)$ D. $MN \parallel (SBC)$

Câu 66. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M và N là hai điểm trên SA, SB sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{1}{3}$. Vị trí tương đối giữa MN và $(ABCD)$ là:

- A. MN nằm trên mp $(ABCD)$. B. MN cắt mp $(ABCD)$.
C. MN song song mp $(ABCD)$. D. MN và mp $(ABCD)$ chéo nhau.

Câu 67. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD , Q thuộc cạnh AB sao cho $AQ = 2QB$, P là trung điểm của AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $MN \parallel (BCD)$. B. $GQ \parallel (BCD)$.
C. MN cắt (BCD) . D. Q thuộc mặt phẳng (CDP) .

Câu 68. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O, O_1 lần lượt là tâm của $ABCD, ABEF$. M là trung điểm của CD . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $OO_1 \parallel (BEC)$. B. $OO_1 \parallel (AFD)$.
C. $OO_1 \parallel (EFM)$. D. MO_1 cắt (BEC) .

Câu 69. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AC, BD, AB, CD, AD, BC . Bốn điểm nào sau đây không đồng phẳng?

- A. P, Q, R, S . B. M, P, R, S . C. M, R, S, N . D. M, N, P, Q .

Câu 70. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H là một điểm nằm trong tam giác ABC , (α) là mặt phẳng đi qua H song song với AB và CD . Mệnh đề nào sau đây đúng về thiết diện của (α) của tứ diện?

- A. Thiết diện là hình vuông. B. Thiết diện là hình thang cân.
C. Thiết diện là hình bình hành. D. Thiết diện là hình chữ nhật.

Câu 71. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang cân đáy lớn AD . M, N lần lượt là hai trung điểm của AB và CD . (P) là mặt phẳng qua MN và cắt mặt bên (SBC) theo một giao tuyến. Thiết diện của (P) và hình chóp là

- A. Hình bình hành. B. Hình thang. C. Hình chữ nhật. D. Hình vuông

Câu 72. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là điểm thuộc cạnh SA (không trùng với S hoặc A). (P) là mặt phẳng qua OM và song song với AD . Thiết diện của (P) và hình chóp là

- A. Hình bình hành. B. Hình thang. C. Hình chữ nhật. D. Hình tam giác.

Câu 73. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt thuộc cạnh AD, BC sao cho $IA = 2ID$ và $JB = 2JC$. Gọi (P) là mặt phẳng qua IJ và song song với AB . Thiết diện của (P) và tứ diện $ABCD$ là



A. Hình thang.

B. Hình bình hành.

C. Hình tam giác.

D. Tam giác đều.

BÀI 4. HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hai mặt phẳng song song

Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) , có thể xảy ra một trong ba trường hợp:

- **Trường hợp 1:** (P) và (Q) có ba điểm chung không thẳng hàng, ta nói hai mặt phẳng (P) và (Q) trùng nhau, kí hiệu $(P) \equiv (Q)$.

- **Trường hợp 2:** (P) và (Q) phân biệt và có một điểm chung, ta nói (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến d đi qua điểm chung, kí hiệu $(P) \cap (Q) = d$.

Trường hợp 3: (P) và (Q) không có bất kì điểm chung nào, nghĩa là $(P) \cap (Q) = \emptyset$, ta nói (P) và (Q) song song với nhau, kí hiệu $(P) // (Q)$ hoặc $(Q) // (P)$.

Hai mặt phẳng được gọi là **song song** với nhau nếu chúng không có điểm chung.

2. Điều kiện để hai mặt phẳng song song

Định lí 1

Nếu hai mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng a, b cắt nhau và hai đường thẳng đó song song với mặt phẳng (Q) thì (P) song song với (Q) .

Chú ý: Chẳng hạn A, B, C không thẳng hàng và $AB // MN$ và $AC // MP$ thì $(ABC) // (MNP)$.

3. Tính chất của hai mặt phẳng song song

Định lí 2

Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có một và chỉ một mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.

Định lí 3

Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Nếu (R) cắt (P) thì cắt (Q) và hai giao tuyến của chúng song song với nhau.

4. Định lí Thales trong không gian

Định lí 4 (Định lí Thales)

Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kì các đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

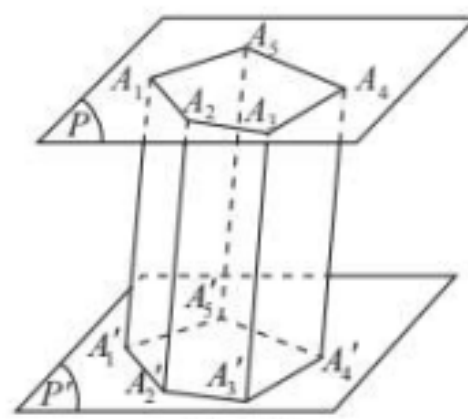
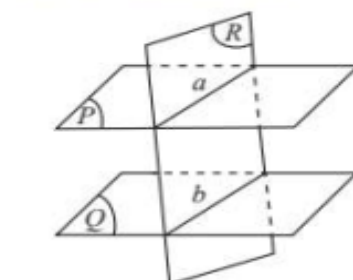
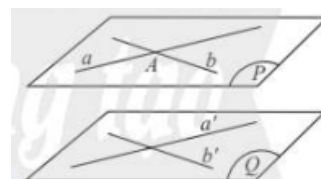
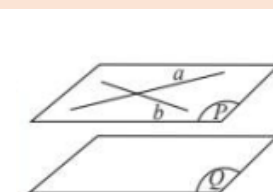
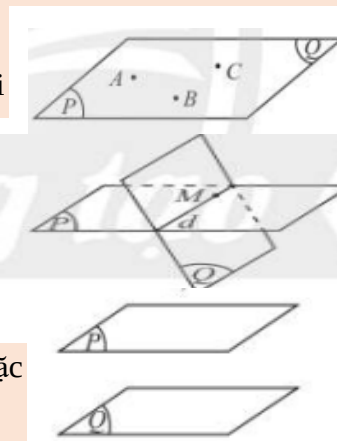
5. Hình lăng trụ và hình hộp

Hình lăng trụ

Cho hai mặt phẳng (P) và (P') song song với nhau. Trên (P) cho đa giác lồi $A_1A_2...A_n$. Qua các đỉnh của đa giác này, ta vẽ các đường thẳng song song với nhau và cắt (P') lần lượt tại $A'_1, A'_2, ..., A'_n$. Hình tạo bởi các hình bình hành $A_1A_2A'_2A'_1, A_2A_3A'_3A'_2, ..., A_nA_1A'_1A'_n$ và hai đa giác $A_1A_2...A_n, A'_1A'_2...A'_n$ gọi là **hình lăng trụ**, kí hiệu $A_1A_2...A_n.A'_1A'_2...A'_n$.

Hình lăng trụ $A_1A_2...A_n.A'_1A'_2...A'_n$ ta gọi:

- Hai đa giác $A_1A_2...A_n, A'_1A'_2...A'_n$ là hai **mặt đáy** nằm trên hai mặt phẳng song song;



- Các điểm $A_1, A_2, \dots, A_n, A'_1, A'_2, \dots, A'_n$ là các **đỉnh**;
- Các hình bình hành $A_1A_2A'_2A'_1, A_2A_3A'_3A'_2, \dots, A_nA_1A'_1A'_n$ là các **mặt bên**;
- Các đoạn thẳng $A_1A'_1, A_2A'_2, \dots, A_nA'_n$ là các **cạnh bên**. Các cạnh bên song song và bằng nhau.
- Các cạnh của hai đa giác là các **cạnh đáy**. Các cạnh đáy tương ứng song song và bằng nhau.

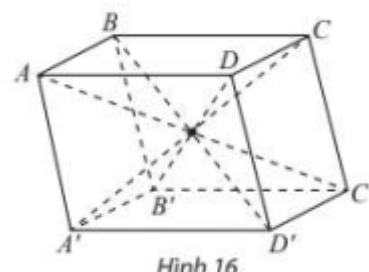
Chú ý: Hình lăng trụ có đáy là tam giác, tứ giác, ngũ giác, ... tương ứng được gọi là hình lăng trụ tam giác, hình lăng trụ tứ giác, hình lăng trụ ngũ giác, ...

Hình hộp

Hình hộp là hình lăng trụ có đáy là hình bình hành.

Trong mỗi hộp có:

- Sáu mặt là sáu hình bình hành. Mỗi mặt đều có một mặt song song với nó. Hai mặt như thế gọi là **hai mặt đối diện**;
- Hai đỉnh không cùng nằm trên một mặt gọi là **hai đỉnh đối diện**;
- Đoạn thẳng nối hai đỉnh đối diện gọi là **đường chéo**;
- Bốn đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.



Hình 16

II. DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

DẠNG 1. CHỨNG MINH HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

1. PHƯƠNG PHÁP

Cách 1	ĐL: Nếu MP này có chứa 2 ĐT cắt nhau cùng song song với MP kia thì hai MP song song nhau.	$\left. \begin{array}{l} (\alpha) \supset a, b \\ a \cap b = I \\ a, b \parallel (\beta) \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) \parallel (\beta)$	
Cách 2	HQ: Nếu MP này có chứa 2 ĐT cắt nhau lần lượt song song 2 ĐT chứa trong MP kia thì hai MP song song nhau.	$\left. \begin{array}{l} a, b \subset (\alpha) \\ a \cap b = I \\ a \parallel a' \\ b \parallel b' \\ a', b' \subset (\beta) \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) \parallel (\beta)$	

DẠNG 2. CHỨNG MINH ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẪNG

Cách 2	ĐL: Nếu 2 MP song song thì mọi ĐT nằm trong MP này đều song song với MP kia.	$\left. \begin{array}{l} d \subset (\alpha) \\ (\alpha) \parallel (\beta) \end{array} \right\} \Rightarrow d \parallel (\beta)$	
---------------	---	---	--

2. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$, $AD \parallel BC$. Gọi O là giao điểm của AC , BD và M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC, SD .

- Chứng minh $(MNO) \parallel (SAD)$.
- Chứng minh $AM \parallel (NOP)$.

Giải

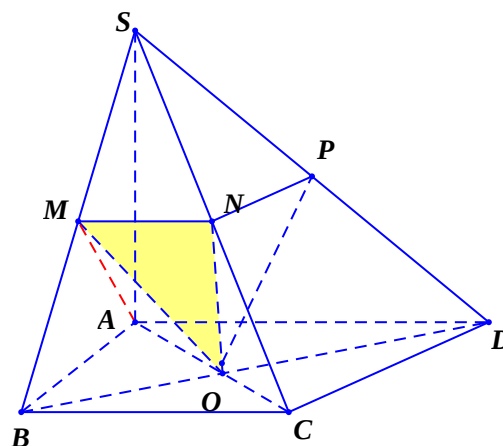
a) Ta có:

$$\left\{ \begin{array}{l} MN, NO \subset (MNO) \\ MN \cap NO = N \\ MN \parallel BC \parallel AD \Rightarrow (MNO) \parallel (SAD) \\ NO \parallel SA \\ AD, SA \subset (SAD) \end{array} \right.$$

b) Ta có:

$$\left\{ \begin{array}{l} PO, NO \subset (MNO) \\ PO \cap NO = O \\ PO \parallel SB \Rightarrow (NOP) \parallel (SAB) \\ NO \parallel SA \\ SA, SB \subset (SAD) \end{array} \right.$$

Mà $AM \subset (SAB)$ nên $AM \parallel (NOP)$



III. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 1. Trong mặt phẳng (P) cho hình bình hành $ABCD$. Ta dựng các nửa đường thẳng song song với nhau và nằm về một phía đối với (P) lần lượt đi qua các điểm A, B, C, D . Một mặt phẳng (Q) cắt bốn nửa đường thẳng nói trên tại A', B', C', D' . Chứng minh rằng: $AA' + CC' = BB' + DD'$

Lời giải

Dễ dàng chứng minh được:

$$(ABB'A') \parallel (CDD'C') \text{ và } (ADD'A') \parallel (BCB'C').$$

Mặt phẳng $(A'B'C'D')$ cắt hai mặt phẳng song song $(ABB'A')$ và $(CDD'C')$ lần lượt theo 2 giao tuyến $A'B'$ và CD' nên $AB' \parallel C'D$.

Mặt phẳng $(A'B'C'D')$ cắt hai mặt phẳng song song $(ADD'A')$ và $(BCB'C')$ lần lượt theo 2 giao tuyến $A'D'$ và CB' nên $AD' \parallel CB'$.

Suy ra $A'B'C'D'$ là hình bình hành, nên $A'C'$ cắt $B'D'$ tại trung điểm O' .

Gọi O' là giao của AC và BD .

Trong hình thang $ACC'A'$ có OO' là đường trung bình nên $AA' + CC' = 2OO'$.

Trong hình thang $BDD'B'$ có OO' là đường trung bình nên $BB' + DD' = 2OO'$.

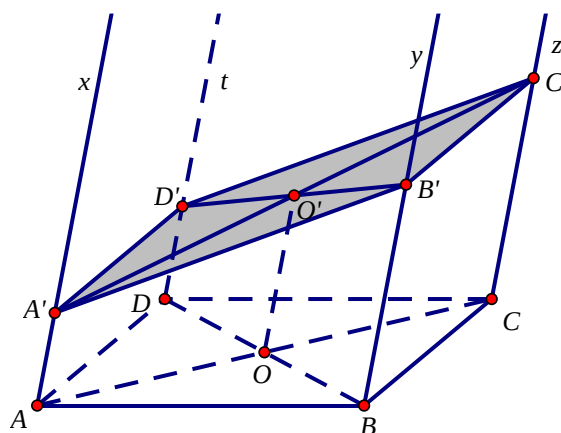
Vậy $AA' + CC' = BB' + DD'$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành có O là giao điểm của hai đường chéo. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD .

a) Chứng minh rằng $(OMN) \parallel (SBC)$.

b) Gọi E là trung điểm của AB và F là một điểm thuộc ON . Chứng minh EF song song với (SBC) .

Lời giải





a) Trong tam giác SBD có ON là đường trung bình nên $ON // SB$.
Suy ra $MN // (SBC)$.

Trong tam giác SAD có MN là đường trung bình nên $MN // AD$.
Mà $AD // BC$ nên $MN // BC$. Suy ra $MN // (SBC)$.

Mặt phẳng (OMN) chứa hai đường thẳng cắt nhau MN và ON
cùng song song với (SBC)

Do đó, $(OMN) // (SBC)$.

b) Trong tam giác ABC có OE là đường trung bình nên $OE // BC$.
Suy ra $OE // (SBC)$.

Mà $(OMN) // (SBC)$ nên $E \in (OMN)$.

Ta có: $(OMN) // (SBC)$; $EF \subset (OMN)$ nên $EF // (SBC)$.

Bài 3. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ ở trong hai mặt phẳng khác nhau. Trên các đường chéo AC và BF lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $AM = BN$. Các đường thẳng song song với AB vẽ từ M, N lần lượt cắt AD, AF tại M', N' .

a) Chứng minh $(CBE) // (ADF)$. b) Chứng minh $(DEF) // (MNN'M')$.

Lời giải

a) Ta có $AD // BC$ nên $AD // (BEC)$.

$AF // BE$ nên $AF // (BEC)$.

Mặt phẳng (ADF) đi qua hai đường thẳng cắt nhau AD và AF
cùng song song với (CBE) nên $(ADF) // (CBE)$.

b) Vì $ABCD$ và $ABEF$ là hình vuông có cạnh bằng nhau nên
 $AC = BF$.

Trong tam giác ADC có $MM' // CD$ nên $\frac{AM'}{AD} = \frac{AM}{AC}$.

Trong tam giác ABF có $NN' // AB$ nên $\frac{AN'}{AF} = \frac{BN}{BF}$.

Mà $AM = BN$ nên $\frac{AN'}{AF} = \frac{AM'}{AD}$. Suy ra $M'N' // DF$ nên $M'N' // (DEF)$.

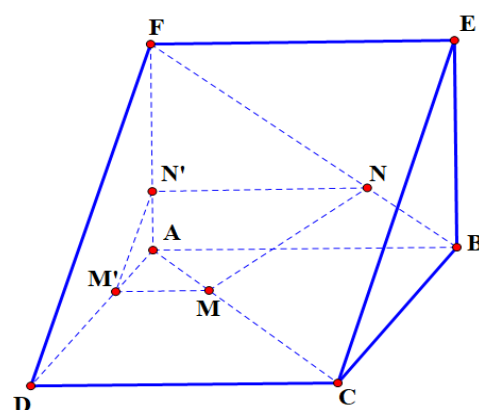
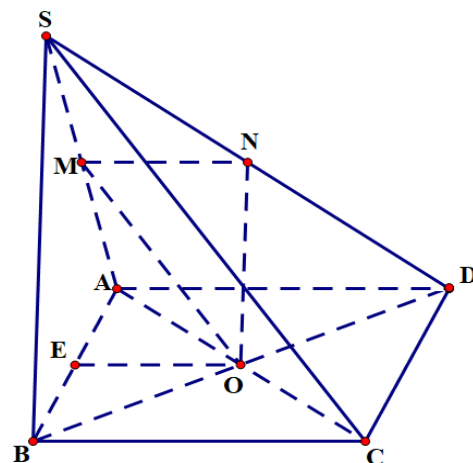
Ta có $MM' // AB // EF$ nên $MM' // (DEF)$.

Mặt phẳng $(MNN'M')$ chứa hai đường thẳng cắt nhau MM' và $M'N'$ cùng song song với (DEF) .

Do đó, $(MNN'M') // (DEF)$.

Bài 4. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm của hai tam giác BDA' và $B'D'C$. Chứng minh G_1 và G_2 chia đoạn AC' thành ba phần bằng nhau.

Lời giải



Gọi O là giao điểm của AC và BD , O' là giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$, I là giao điểm của AC' và $A'C$. Do $ACC'A'$ là hình bình hành nên I là trung điểm của $A'C$.

$$G_1 \text{ là trọng tâm tam giác } BDA' \text{ nên } \frac{A'G_1}{AO} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Tam giác } AA'C \text{ có } A'O \text{ là trung tuyến, } \frac{A'G_1}{AO} = \frac{2}{3}$$

nên G_1 là trọng tâm của tam giác $AA'C$.

Mà I là trung điểm $A'C$ nên $G_1 \in AI$ và

$$AG_1 = \frac{2}{3} AI.$$

$$\text{Mà } AI = \frac{1}{2} AC' \text{ nên } AG_1 = \frac{1}{3} AC'.$$

$$\text{Tương tự ta có } C'G_2 = \frac{1}{3} AC'.$$

Suy ra G_1, G_2 chia AC thành 3 đoạn thẳng bằng nhau.

Bài 5. Để làm một khung lồng đèn kéo quân hình lăng trụ lục giác $ABCDEF A'B'C'D'E'F'$, Bình gắn hai thanh tre A_1D_1, F_1C_1 song song với mặt phẳng đáy và cắt nhau tại O_1 (Hình 19).

a) Xác định giao tuyến của $\text{mp}(A_1D_1, F_1C_1)$ với các mặt bên của lăng trụ.

b) Cho biết $A'A_1 = 6AA_1$ và $AA' = 70$ cm. Tính CC_1 và C_1C' .

Lời giải

a) Do mặt phẳng $(A_1C_1D_1F_1)$ chứa hai đường thẳng cắt nhau A_1D_1 và C_1F_1 và cùng song song với mặt phẳng $(ABCDEF)$.

Nên $(A_1C_1D_1F_1) // (ABCDEF)$.

Gọi B_1, E_1 lần lượt là giao của mặt phẳng $(A_1C_1D_1F_1)$ với BB' và EE' .

Ta có giao tuyến của $(A_1C_1D_1F_1)$ với các mặt bên của lăng trụ là $A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1E_1, E_1F_1, F_1A_1$.

b) Ta có: $A'A_1 = 6AA_1$; $AA' = 70$ nên $AA_1 = 10$.

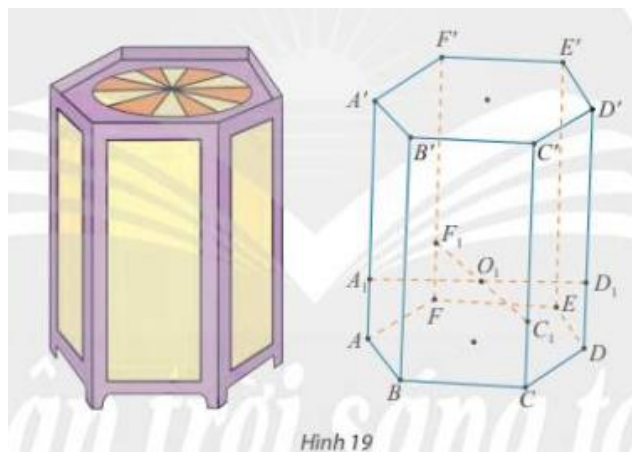
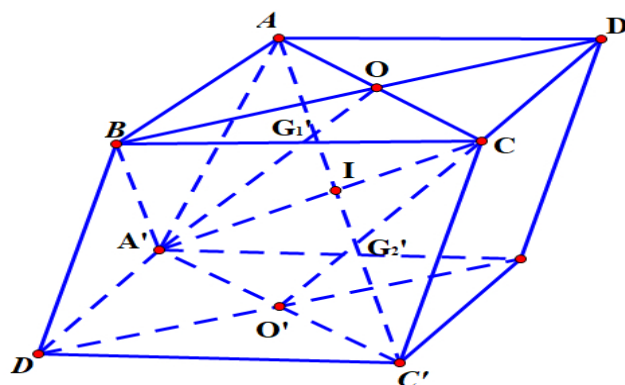
Do $(ACC'A')$ cắt hai mặt phẳng $(A_1C_1D_1F_1) // (ABCDEF)$ lần lượt tại A_1C_1 và AC nên $A_1C_1 // AC$.

Mà $AA_1 // CC_1$ nên tứ giác AA_1C_1C là hình bình hành.

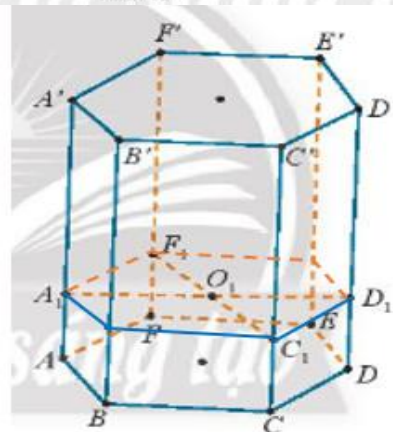
$$\text{Suy ra } CC_1 = AA_1 = 10$$

$$\text{Mà } C' = AA' = 70$$

$$\text{Nên } C_1C' = 70 - 10 = 60$$



Hình 19



IV. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 74. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?



- A.** Hai mặt phẳng không cắt nhau thì song song.
B. Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì cắt nhau.
C. Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có duy nhất một mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.
D. Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có vô số mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.

Câu 75. Trong các điều kiện sau, điều kiện nào kết luận $mp(\alpha) \parallel mp(\beta)$?

- A.** $(\alpha) \parallel (\gamma)$ và $(\beta) \parallel (\gamma)$ ((γ) là mặt phẳng nào đó).
B. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt thuộc (β) .
C. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt cùng song song với (β) .
D. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng cắt nhau thuộc (β) .

Câu 76. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.** Nếu mặt phẳng $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với (β) .
B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì bất kì đường thẳng nào nằm trong (α) cũng song song với bất kì đường thẳng nào nằm trong (β) .
C. Nếu hai đường thẳng phân biệt a và b song song lần lượt nằm trong hai mặt phẳng (α) và (β) phân biệt thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.
D. Nếu đường thẳng d song song với $mp(\alpha)$ thì nó song song với mọi đường thẳng nằm trong $mp(\alpha)$.

Câu 77. Cho hai mặt phẳng song song (α) và (β) , đường thẳng $a \parallel (\alpha)$. Có mấy vị trí tương đối của a và (β) .

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 78. Cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q) . Hai điểm M, N lần lượt thay đổi trên (P) và (Q) . Gọi I là trung điểm của MN . Chọn khẳng định đúng.

- A.** Tập hợp các điểm I là đường thẳng song song và cách đều (P) và (Q) .
B. Tập hợp các điểm I là mặt phẳng song song và cách đều (P) và (Q) .
C. Tập hợp các điểm I là một mặt phẳng cắt (P) .
D. Tập hợp các điểm I là một đường thẳng cắt (P) .

Câu 79. Trong các điều kiện sau, điều kiện nào kết luận đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) ?

- A.** $a \parallel b$ và $b \subset (P)$. **B.** $a \parallel b$ và $b \parallel (P)$.
C. $a \parallel (Q)$ và $(Q) \parallel (P)$. **D.** $a \subset (Q)$ và $b \subset (P)$.

Câu 80. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.** Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha), b \subset (\beta)$ thì $a \parallel b$.
B. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha), b \subset (\beta)$ thì a và b chéo nhau.
C. Nếu $a \parallel b$ và $a \subset (\alpha), b \subset (\beta)$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.
D. Nếu $(\gamma) \cap (\alpha) = a, (\gamma) \cap (\beta) = b$ và $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì $a \parallel b$.

Câu 81. Cho đường thẳng $a \subset mp(P)$ và đường thẳng $b \subset mp(Q)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel b$. **B.** $a \parallel b \Rightarrow (P) \parallel (Q)$.



C. $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel (Q)$ và $b \parallel (P)$.

D. a và b chéo nhau.

Câu 82. Hai đường thẳng a và b nằm trong $mp(\alpha)$. Hai đường thẳng a' và b' nằm trong $mp(\beta)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $a \parallel a'$ và $b \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

B. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì $a \parallel a'$ và $b \parallel b'$.

C. Nếu $a \parallel b$ và $a' \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

D. Nếu a cắt b và $a \parallel a', b \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

Câu 83. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến Δ . Hai đường thẳng p và q lần lượt nằm trong (P) và (Q) . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. p và q cắt nhau.

B. p và q chéo nhau.

C. p và q song song.

D. Cả ba mệnh đề trên đều sai.

Câu 84. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (NOM) cắt (OPM) .

B. $(MON) \parallel (SBC)$.

C. $(PON) \cap (MNP) = NP$.

D. $(NMP) \parallel (SBD)$.

Câu 85. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Tam giác SBD đều. Một mặt phẳng (P) song song với (SBD) và qua điểm I thuộc cạnh AC (không trùng với A hoặc C). Thiết diện của (P) và hình chóp là hình gì?

A. Hình hình hành.

B. Tam giác cân.

C. Tam giác vuông.

D. Tam giác đều.

Câu 86. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Hình lăng trụ có các cạnh bên song song và bằng nhau.

B. Hai mặt đáy của hình lăng trụ nằm trên hai mặt phẳng song song.

C. Hai đáy của lăng trụ là hai đa giác đều.

D. Các mặt bên của lăng trụ là các hình bình hành.

Câu 87. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Các cạnh bên của hình lăng trụ bằng nhau và song song với nhau.

B. Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành.

C. Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành bằng nhau.

D. Hai đáy của hình lăng trụ là hai đa giác bằng nhau.

Câu 88. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Trong hình chóp cắt thì hai đáy là hai đa giác có các cạnh tương ứng song song và các tỉ số các cặp cạnh tương ứng bằng nhau.

B. Các mặt bên của hình chóp cắt là các hình thang.

C. Các mặt bên của hình chóp cắt là các hình thang cân.

D. Đường thẳng chứa các cạnh bên của hình chóp cắt đồng quy tại một điểm.

Câu 89. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC' . Gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và $(A'B'C')$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\Delta \parallel AB$.

B. $\Delta \parallel AC$.

C. $\Delta \parallel BC$.

D. $\Delta \parallel AA'$.

Câu 90. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Đường thẳng $B'C$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (AHC') .

B. $(AA'H)$.

C. (HAB) .

D. $(HA'C)$.



Câu 91. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Mặt phẳng (AHC') song song với đường thẳng nào sau đây?

- A. CB' . B. BB' . C. BC . D. BA' .

Câu 92. Cho hình lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$. B. $AA_1 \parallel (BCC_1)$.
C. $AB \parallel (A_1B_1C_1)$. D. AA_1B_1B là hình chữ nhật.

Câu 93. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- A. $ABCD$ là hình bình hành.
B. Các đường thẳng A_1C , AC_1 , DB_1 , D_1B đồng quy.
C. $(ADD_1A_1) \parallel (BCC_1B_1)$.
D. AD_1CB là hình chữ nhật.

Câu 94. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bên AA' , BB' , CC' , DD' . Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A. $(AA'B'B) \parallel (DD'C'C)$. B. $(BA'D') \parallel (ADC')$.
C. $A'B'CD$ là hình bình hành. D. $BB'D'D$ là một tứ giác.

Câu 95. Nếu thiết diện của một lăng trụ tam giác và một mặt phẳng là một đa giác thì đa giác đó có nhiều nhất mấy cạnh?

- A. 3 cạnh. B. 4 cạnh. C. 5 cạnh. D. 6 cạnh.

Câu 96. Nếu thiết diện của một hình hộp và một mặt phẳng là một đa giác thì đa giác đó có nhiều nhất mấy cạnh?

- A. 4 cạnh. B. 5 cạnh. C. 6 cạnh. D. 7 cạnh.

Câu 97. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(IB'D')$ cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

- A. Tam giác. B. Hình thang. C. Hình bình hành. D. Hình chữ nhật.

Câu 98. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua một cạnh của hình hộp và cắt hình hộp theo thiết diện là một tứ giác (T) . Khẳng định nào sau đây không **sai**?

- A. (T) là hình chữ nhật.
B. (T) là hình bình hành.
C. (T) là hình thoi.
D. (T) là hình vuông.

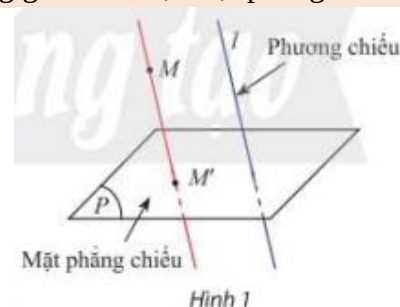
BÀI 5. PHÉP CHIẾU SONG SONG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Khái niệm phép chiếu song song

Phép chiếu song song thường dùng để biểu diễn các hình trong không gian lên một mặt phẳng.

Trong không gian, cho mặt phẳng (P) và đường thẳng l cắt (P) . Với mỗi điểm M trong không gian, vẽ một đường thẳng đi qua M và song song hoặc trùng với l . Đường thẳng này cắt (P) tại M' . Phép cho tương ứng mỗi điểm M trong không gian với điểm M' trong (P) được gọi là **phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) theo phương l** .



Mặt phẳng (P) được gọi là **mặt phẳng chiếu** và đường thẳng l được gọi là **phương chiếu** của phép chiếu song song nói trên.

Phép chiếu song song theo phương l còn được gọi tắt là **phép chiếu theo phương l** .

Điểm M' gọi là **ảnh** của điểm M qua phép chiếu theo phương l .

Cho hình H trong không gian. Ta gọi tập hợp H' các ảnh M' của tất cả những điểm M thuộc H qua phép chiếu song song theo phương l là **hình chiếu song song** của H lên mặt phẳng (P).

2. Các tính chất cơ bản của phép chiếu song song

Dưới đây ta chỉ xét ảnh của các đường thẳng, tia, đoạn thẳng không song song với phương chiếu.

Tính chất 1

Hình chiếu song song của một đường thẳng là một đường thẳng. Hình chiếu song song của một đoạn thẳng là một đoạn thẳng. Hình chiếu song song của một tia là một tia.

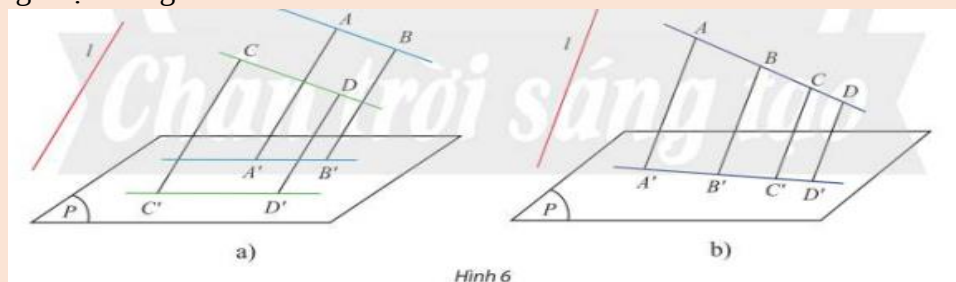
Tính chất 2

Hình chiếu song song của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

Tính chất 3

□ Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.

□ Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.



3. Hình biểu diễn của một hình không gian

Hình biểu diễn của một hình H trong không gian là hình chiếu song song của H trên một mặt phẳng theo một phương chiếu nào đó hoặc hình đồng dạng với hình chiếu đó.

Chú ý: Dựa theo tính chất của phép chiếu song song, ta phải tuân theo một số quy tắc khi vẽ hình biểu diễn, chẳng hạn như:

a) Nếu trên hình H có hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song (hoặc trùng nhau) thì chúng được biểu diễn bằng hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song (hoặc trùng nhau) và tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng này phải bằng tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng tương ứng trên hình H .

b) Nếu hình phẳng nằm trong một mặt phẳng không song song với phương chiếu thì

- Hình biểu diễn của một đường tròn thường là một elip.
- Hình biểu diễn của một tam giác (vuông, cân, đều) là một tam giác.
- Hình biểu diễn của hình vuông, hình chữ nhật, hình thoi, hình bình hành là hình bình hành.

II. DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

DẠNG 1. VẼ HÌNH BIỂU DIỄN CỦA MỘT HÌNH TRONG KHÔNG GIAN

1. PHƯƠNG PHÁP

Để vẽ hình biểu diễn của một hình trong không gian, ta cần chú ý một số điểm sau:

- Nếu trên hình H có hai đoạn thẳng cùng phương thì trên hình H' hình chiếu của hai đoạn thẳng đó phải cùng phương.

- Trung điểm của một đoạn thẳng có hình chiếu là trung điểm của đoạn thẳng hình chiếu.

- Trong tam giác có một góc tù, ta cần chú ý chân đường cao kẻ từ đỉnh của góc nhọn không nằm trên cạnh đối diện mà nằm ở trên phần kéo dài của cạnh ấy.

- Một góc bất kì có thể biểu diễn cho mọi góc (nhọn, vuông, tù).

- Một tam giác bất kì có thể là hình biểu diễn của mọi tam giác (cân, đều, vuông).

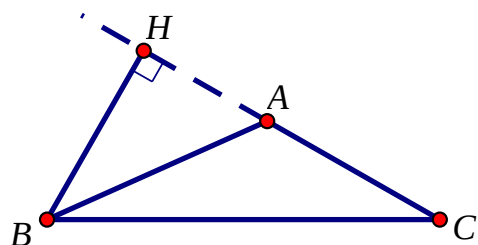
- Hình bình hành có thể dùng làm hình biểu diễn cho các hình có tính chất của hình bình hành (vuông, thoi, chữ nhật,...)
- Một đường tròn được biểu diễn bởi một đường elip hoặc một đường tròn, hoặc đặc biệt có thể là một đoạn thẳng.

2. VÍ DỤ

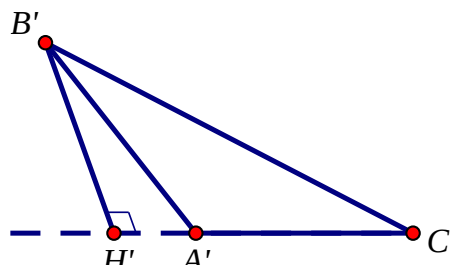
Ví dụ 1. Vẽ hình biểu diễn của tam giác ABC có góc A tù, đường cao BH.

Giải

Xem hình vẽ sau:



Hình thật



Hình biểu diễn

Ví dụ 2. Vẽ hình biểu diễn của đường tròn có hai đường kính vuông góc.

Giải

Giả sử trên hình thật ta có đường tròn tâm (O), tâm O, có hai đường kính AB và CD vuông góc. Nếu ta vẽ dây cung MN song song với AB thì CD sẽ cắt MN tại trung điểm I của MN.

Suy ra cách vẽ hình biểu diễn như sau:

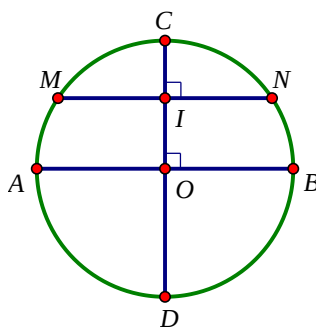
- Vẽ elip (E), tâm O' và đường kính $A'B'$ (qua O') của nó.

- Vẽ dây cung $M'N'$ $\parallel$ $A'B'$.

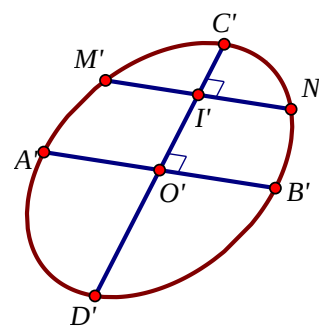
- Lấy I' là trung điểm của $M'N'$.

Đường thẳng $O'I'$ cắt elip (E) tại C', D' .

Ta có $A'B'$ và $C'D'$ là hình biểu diễn hai đường kính vuông góc với nhau của đường tròn.



Hình thật



Hình biểu diễn

Ví dụ 3. Vẽ hình biểu diễn của một lục giác đều.

Giải

Xét hình lục giác đều ABCDEF, ta thấy:

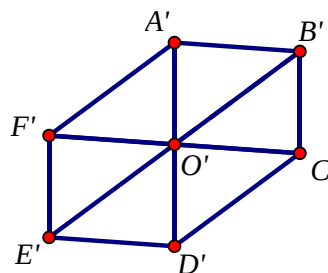
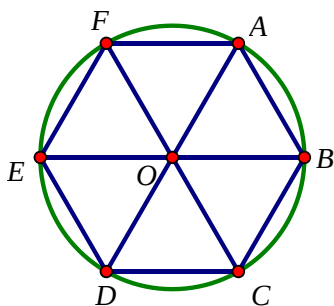
- Tứ giác OABC là một hình thoi.

- Các điểm D, E, F lần lượt là các điểm đối xứng của các điểm A, B, C qua tâm O. Suy ra cách vẽ như sau:

+ Vẽ hình bình hành $O'A'B'C'$ biểu diễn cho hình thoi OABC.

+ Lấy các điểm D', E', F' đối xứng với các điểm A', B', C' qua O' .

+ $A'B'C'D'E'F'$ là hình cần vẽ.



Hình biểu diễn lục giác đều

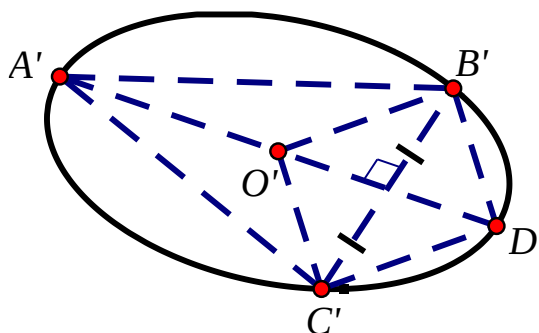
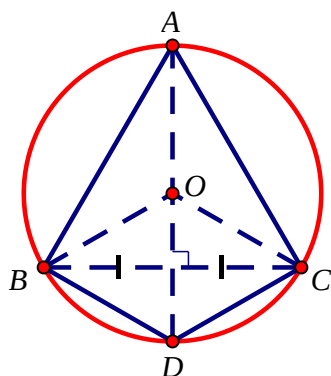
Ví dụ 4. Vẽ hình biểu diễn của một tam giác đều.

Giải

Xét tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O). Gọi D là điểm đối xứng với A qua O, ta thấy tứ giác OBDC là hình thoi. Từ đó suy ra cách vẽ như sau:

+ Vẽ hình bình hành $O'B'D'C'$ biểu diễn cho hình thoi OBDC.

- + Lấy điểm A' là điểm đối xứng của D' qua O' .
- + Tam giác $A'B'C'$ là tam giác đều cần tìm.



Hình biểu diễn tam giác đều

III. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

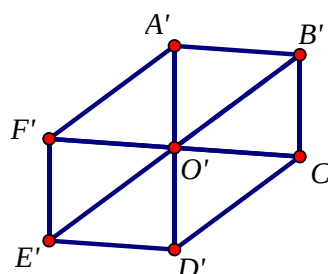
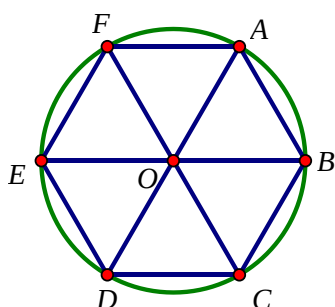
- a) Một đường thẳng có thể song song với hình chiếu của nó;
- b) Một đường thẳng có thể trùng với hình chiếu của nó;
- c) Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau;
- d) Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể trùng nhau.

Lời giải

Mệnh đề đúng là: a và b

Bài 2. Vẽ hình biểu diễn của một lục giác đều.

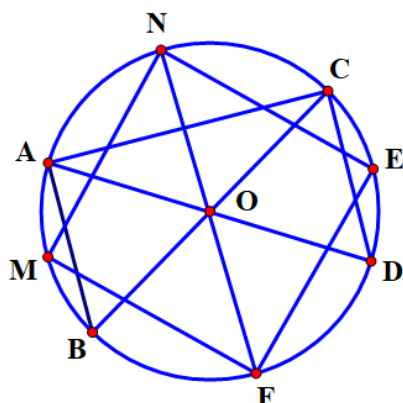
Lời giải



Hình biểu diễn lục giác đều

Bài 3. Vẽ hình biểu diễn của một hình vuông nội tiếp trong một hình tròn.

Lời giải



Bài 4. Cho hai điểm A, B nằm ngoài mặt phẳng (α) và đường thẳng d cắt (α) . Giả sử đường thẳng AB cắt (α) tại điểm O . Gọi A' và B' lần lượt là hình chiếu song song của A và B trên (α) theo phương của đường thẳng d . Ba điểm O, A', B' có thẳng hàng không? Vì sao? Chọn d sao cho:

- a) $A'B' = AB$; b) $A'B' = 2AB$.

Lời giải

Hình chiếu của O theo phương d trên (α) là O

3 điểm O, A, B thẳng hàng nên hình chiếu A', B', O thẳng hàng

Ta có: $\frac{A'B'}{OA'} = \frac{AB}{OA}$

a) Để $A'B' = AB$ thì $OA = OA'$.

Vậy d là đường thẳng song song với AA'' với $OA' = OA$.

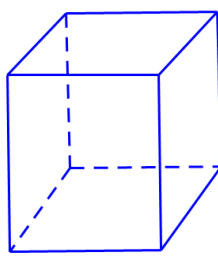
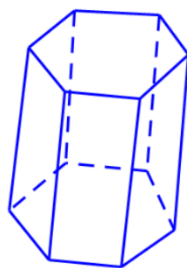
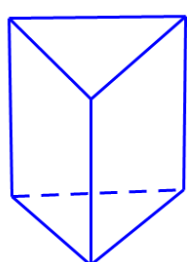
b) Để $A'B' = 2AB$ thì $OA' = 2OA$.

Vậy d là đường thẳng song song với AA'' với $OA'' = 2OA$.

Bài 5. Vẽ hình biểu diễn của:

- Hình lăng trụ có đáy là tam giác đều;
- Hình lăng trụ có đáy là lục giác đều;
- Hình hộp.

Lời giải



a)

b)

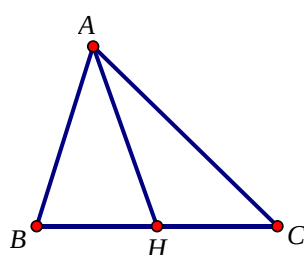
c)

IV. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

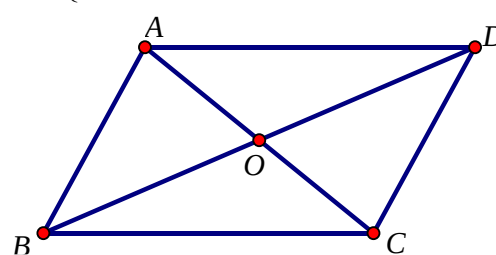
Câu 99. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng song song.
- Hình chiếu song song của một hình bình hành là một hình bình hành.
- Phép chiếu song song biến một tam giác thành một tam giác nếu mặt phẳng chứa tam giác không cùng phương với phương chiếu.
- Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng.

Câu 100. Trên hình $\mathcal{A}$ có $\begin{cases} AH \perp BC \\ HB = HC \end{cases}$ và hình $\mathcal{B}$ có $\begin{cases} AB \parallel CD, AD \parallel BC \\ AC \perp BD \end{cases}$



Hình $\mathcal{A}$

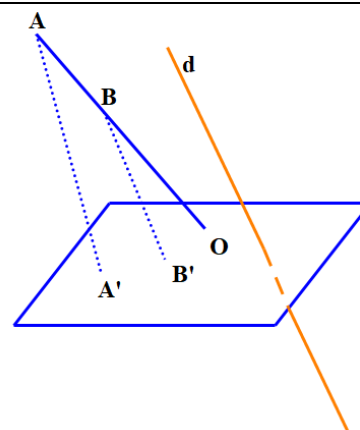


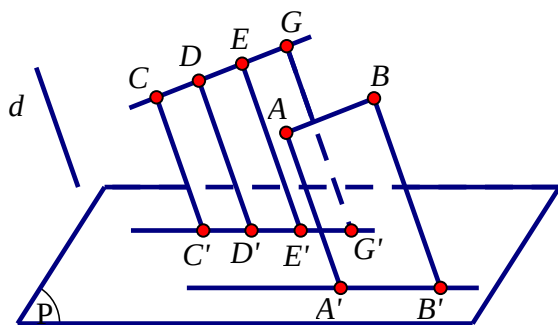
Hình $\mathcal{B}$

Hãy Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- ABC là tam giác đều.
- ABC là tam giác cân tại A
- ABCD là hình thoi.
- B và C đúng.

Câu 101. Trên hình $\mathcal{C}$, ta có phép chiếu song song theo phương d và mặt phẳng chiếu (P) ; $AB \parallel CG$ và $AB = DG$; A', B', C', D', E', G' lần lượt là hình chiếu của A, B, C, D, E, G qua phép chiếu nói trên.





Hình C

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\frac{DG}{AB} = \frac{D'G'}{A'B'} = 1$. B. $\frac{C'D'}{D'E'} = \frac{CD}{DE}$.
C. $D'G' = A'B'$. D. Tất cả A, B, C đều đúng.

Câu 102. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.
B. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau thì song song.
C. Hình chiếu song song của hai một hình vuông là một hình vuông.
D. Hình chiếu song song của một lục giác đều là một lục giác đều.

Câu 103. Qua phép chiếu song song lên mặt phẳng (P), hai đường thẳng chéo nhau a và b có hình chiếu là hai đường thẳng a' và b'. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. a' và b' luôn luôn cắt nhau.
B. a' và b' có thể trùng nhau.
C. a và b không thể song song.
D. a' và b' có thể cắt nhau hoặc song song với nhau.

Câu 104. Qua phép chiếu song song lên mặt phẳng (P), hai đường thẳng a và b có hình chiếu là hai đường thẳng song song a' và b'. Khi đó:

- A. a và b phải song song với nhau.
B. a và b phải cắt nhau.
C. a và b có thể chéo nhau hoặc song song với nhau.
D. a và b không thể song song.

Câu 105. Cho bốn điểm không đồng phẳng A, B, C, D có hình chiếu song song trên mặt phẳng (P) lần lượt là bốn điểm A', B', C', D'. Những trường hợp nào sau đây không thể xảy ra?

- A. A'B'C'D' là bốn đỉnh của một hình bình hành.
B. D' là trọng tâm tam giác A'B'C'.
C. D' là trung điểm cạnh A'B'.
D. Hai điểm B', C' nằm giữa hai điểm A' và D'.

Câu 106. Hình chiếu song song của một hình thang ABCD không thể là hình nào dưới đây?

- A. Hình bình hành. B. Hình tam giác cân.
C. Đoạn thẳng. D. Bốn điểm thẳng hàng.

Câu 107. Cho tam giác ABC. Lấy điểm M trên cạnh AC kéo dài. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai?

- A. $M \in (ABC)$. B. $C \in (ABM)$. C. $A \in (MBC)$. D. $B \in (ACM)$.

Câu 108. Cho tứ diện ABCD với I và J lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Bốn điểm I, J, B, C đồng phẳng. B. Bốn điểm I, J, A, C đồng phẳng.
C. Bốn điểm I, J, B, D đồng phẳng. D. Bốn điểm I, J, C, D đồng phẳng.



Câu 109. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có AC cắt BD tại M , AB cắt CD tại N . Trong các đường thẳng sau đây, đường nào là giao tuyến của (SAC) và (SBD) ?

- A. SM . B. SN . C. SB . D. SC .

Câu 110. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng sau, đường nào không song song với IJ ?

- A. EF . B. DC . C. AD . D. AB .

Câu 111. Cho hình bình hành $ABCD$ và một điểm S không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là một đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

- A. AB . B. AC . C. BC . D. SA .

Câu 112. Quan hệ song song trong không gian có tính chất nào trong các tính chất sau?

A. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (P) đều song song với (Q) .

B. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (P) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong (Q) .

C. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.

D. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

Câu 113. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh $AC, AA', A'C', BC$. Ta có:

- A. $(MNP) // (BCA)$. B. $(MNQ) // (A'B'C')$. C. $(NQP) // (CAB)$. D. $(MPQ) // (ABA')$.

BÀI TẬP ÔN CHƯƠNG IV

PHẦN 1: BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 114. Trong các hình chóp, hình chóp có ít cạnh nhất có số cạnh là bao nhiêu?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 115. Cho $ABCD$ là một tứ giác lồi. Hình nào sau đây không thể là thiết diện của hình chóp $S.ABCD$?

- A. Tam giác. B. Tứ giác. C. Ngũ giác. D. Lục giác.

Câu 116. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. Thiết diện của mặt phẳng (α) tùy ý với hình chóp không thể là:

- A. Lục giác. B. Ngũ giác. C. Tứ giác. D. Tam giác.

Câu 117. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Qua 2 điểm phân biệt có duy nhất một mặt phẳng.
B. Qua 3 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.
C. Qua 3 điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng.
D. Qua 4 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.

Câu 118. Trong không gian, cho 4 điểm không đồng phẳng. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đã cho?

- A. 6. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 119. Trong mặt phẳng (α) , cho 4 điểm A, B, C, D trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Điểm S không thuộc mặt phẳng (α) . Có mấy mặt phẳng tạo bởi S và 2 trong 4 điểm nói trên?

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 8.



Câu 120. Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

- A. Ba điểm phân biệt. B. Một điểm và một đường thẳng.
C. Hai đường thẳng cắt nhau. D. Bốn điểm phân biệt.

Câu 121. Cho tứ giác $ABCD$. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng chứa tất cả các đỉnh của tứ giác $ABCD$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 122. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Nếu 3 điểm A, B, C là 3 điểm chung của 2 mặt phẳng (P) và (Q) thì A, B, C thẳng hàng.
B. Nếu A, B, C thẳng hàng và $(P), (Q)$ có điểm chung là A thì B, C cũng là 2 điểm chung của (P) và (Q) .
C. Nếu 3 điểm A, B, C là 3 điểm chung của 2 mặt phẳng (P) và (Q) phân biệt thì A, B, C không thẳng hàng.
D. Nếu A, B, C thẳng hàng và A, B là 2 điểm chung của (P) và (Q) thì C cũng là điểm chung của (P) và (Q) .

Câu 123. Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của

- A. CD và NP . B. CD và MN . C. CD và MP . D. CD và AP .

Câu 124. Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

- A. Ba điểm. B. Một điểm và một đường thẳng.
C. Hai đường thẳng cắt nhau. D. Bốn điểm.

Câu 125. Cho tam giác ABC . Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng chứa tất cả các đỉnh tam giác ABC ?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 126. Trong $mp(\alpha)$, cho bốn điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Điểm $S \notin mp(\alpha)$. Có mấy mặt phẳng tạo bởi S và hai trong số bốn điểm nói trên?

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 8.

Câu 127. Cho năm điểm A, B, C, D, E trong đó không có bốn điểm nào ở trên cùng một mặt phẳng. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tạo bởi ba trong số năm điểm đã cho?

- A. 10. B. 12. C. 8. D. 14.

Câu 128. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là:

- A. SD . B. SO , O là tâm hình bình hành $ABCD$.
C. SG , G là trung điểm AB . D. SF , F là trung điểm CD .

Câu 129. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD // BC$). Gọi M là trung điểm CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là:

- A. SI , I là giao điểm AC và BM . B. SJ , J là giao điểm AM và BD .
C. SO , O là giao điểm AC và BD . D. SP , P là giao điểm AB và CD .

Câu 130. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. $mp(\alpha)$ qua AB cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

- A. Hình bình hành. B. Hình thang. C. Hình lục giác. D. Hình chữ nhật.



Câu 131. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (α) đi qua một cạnh của hình hộp và cắt hình hộp theo thiết diện là một tứ giác (T) . Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. (T) là hình chữ nhật. B. (T) là hình bình hành.

C. (T) là hình thoi. D. (T) là hình vuông.

Câu 132. Phép chiếu song song theo phương l không song song với a hoặc b , mặt phẳng chiếu là (P) , hai đường thẳng a và b biến thành a' và b' . Quan hệ nào giữa a và b không được bảo toàn đối với phép chiếu song song?

A. Cắt nhau B. Chéo nhau C. Song song D. Trùng nhau

Câu 133. Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

A. Hình thang B. Hình bình hành C. Hình chữ nhật D. Hình thoi

Câu 134. Trong mặt phẳng (α) cho tứ giác $ABCD$, điểm $E \notin (\alpha)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tạo bởi ba trong năm điểm A, B, C, D, E ?

A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

Câu 135. Cho bốn điểm không đồng phẳng, ta có thể xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ bốn điểm đã cho?

A. 2. B. 3. C. 4. D. 6.

Câu 136. Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh là.

A. 5 mặt, 5 cạnh. B. 6 mặt, 5 cạnh. C. 6 mặt, 10 cạnh. D. 5 mặt, 10 cạnh.

Câu 137. Cho 2 đường thẳng a, b cắt nhau và không đi qua điểm A . Xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng bởi a, b và A ?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 138. Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên AB, AD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho MN cắt BD tại I . Điểm I không thuộc mặt phẳng nào sau đây?

A. (BCD) . B. (ABD) . C. (CMN) . D. (ACD) .

Câu 139. Cho bốn điểm không đồng phẳng, ta có thể xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ bốn điểm đã cho?

A. 2. B. 3. C. 4. D. 6.

Câu 140. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng

A. SN . B. SC . C. SB . D. SM .

Câu 141. Cho hai đường thẳng phân biệt a và b cùng thuộc mp (α) . Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 142. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

- A. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn có vô số điểm chung khác nữa.
- B. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
- C. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
- D. Nếu ba điểm phân biệt M, N, P cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt thì chúng thẳng hàng.

Câu 143. Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh là

A. 5 mặt, 5 cạnh. B. 6 mặt, 5 cạnh. C. 6 mặt, 10 cạnh. D. 5 mặt, 10 cạnh.

Câu 144. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Gọi M là trung điểm CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là:



A. SI , I là giao điểm AC và BM .

B. SJ , J là giao điểm AM và BD .

C. SO , O là giao điểm AC và BD .

D. SP , P là giao điểm AB và CD .

Câu 145. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng

A. SN .

B. SC .

C. SB .

D. SM .

Câu 146. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SCD) là đường thẳng

A. SN .

B. SA .

C. MN .

D. SM .

Câu 147. Hình hộp có số mặt chéo là:

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 8.

Câu 148. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng

A. SN .

B. SC .

C. SB .

D. SM .

Câu 149. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SCD) là đường thẳng

A. SN .

B. SA .

C. MN .

D. SM .

Câu 150. Trong không gian cho hai đường thẳng song song a và b . Kết luận nào sau đây đúng?

A. Nếu c cắt a thì c cắt b .

B. Nếu c chéo a thì c chéo b .

C. Nếu c cắt a thì c chéo b .

D. Nếu đường thẳng c song song với a thì c song song hoặc trùng b .

Câu 151. Xét các mệnh đề sau trong không gian, hỏi mệnh đề nào sai?

A. Mặt phẳng (P) và đường thẳng a không nằm trên (P) cùng vuông góc với đường thẳng b thì song song nhau.

B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Câu 152. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây:

A. Trong không gian hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung

B. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau

C. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) và (Q) song song

với nhau

D. Trong không gian hình biểu diễn của một góc thì phải là một góc bằng nó

Câu 153. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng phân biệt không chéo nhau thì cắt nhau.

B. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.

D. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

Câu 154. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang đáy lớn là CD . Gọi M là trung điểm của cạnh SA , N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD) . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. MN và SD cắt nhau. B. $MN \parallel CD$.

C. MN và SC cắt nhau. D. MN và CD chéo nhau.

Câu 155. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. I là trung điểm của SA , thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là:



- A. $\triangle IBC$.
 B. Hình thang $IJBC$ (J là trung điểm của SD).
 C. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm của SB).
 D. Tứ giác $IBCD$.

Câu 156. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD . Chọn câu sai.

- A. $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$. B. BG_1 , AG_2 và CD đồng qui.
 C. $G_1G_2 \parallel (ABD)$. D. $G_1G_2 \parallel (ABC)$.

Câu 157. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC . Mệnh đề nào dưới đây đúng

- A. GE và CD chéo nhau. B. $GE \parallel CD$. C. GE cắt AD . D. GE cắt CD .

Câu 158. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và CC' . Khi đó CB' song song với

- A. AM . B. $A'N$. C. $(BC'M)$. D. $(AC'M)$.

Câu 159. Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm $\triangle ABD$ và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng

- A. (ACD) . B. (ABC) . C. (ABD) . D. (BCD) .

Câu 160. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với đáy. M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Mặt phẳng (P) đi qua M, N và song song với SD cắt hình chóp theo thiết diện là hình gì?

- A. Hình vuông. B. Hình thang vuông. C. Hình thang cân. D. Hình bình hành.

Câu 161. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của AB . Cắt tứ diện $ABCD$ bởi mặt phẳng đi qua M và song song với BC và AD , thiết diện thu được là hình gì?

- A. Tam giác đều. B. Tam giác vuông. C. Hình bình hành. D. Ngũ giác.

Câu 162. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC (M khác A , M khác C). Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD . Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình gì?

- A. Hình tam giác B. Hình bình hành C. Hình vuông D. Hình chữ nhật

Câu 163. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, khẳng định nào **đúng** về hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(CB'D')$.

- A. $(A'BD) \perp (CB'D')$. B. $(A'BD) \parallel (CB'D')$.
 C. $(A'BD) \equiv (CB'D')$. D. $(A'BD) \cap (CB'D') = BD'$.

Câu 164. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$. B. $(BDA') \parallel (D'B'C)$.
 C. $(BA'D') \parallel (ADC)$. D. $(ACD') \parallel (A'C'B)$.

Câu 165. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$. B. $(AA'D'D) \parallel (BCC'B')$.
 C. $(BDD'B') \parallel (ACC'A')$. D. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$.

Câu 166. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M , N , P theo thứ tự là trung điểm của SA , SD và AB . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. (NOM) cắt (OPM) . B. $(MON) \parallel (SBC)$.
 C. $(PON) \cap (MNP) = NP$. D. $(NMP) \parallel (SBD)$.



Câu 167. Cho đường thẳng $a \subset (\alpha)$ và đường thẳng $b \subset (\beta)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow a // b$. B. $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow a // (\beta)$ và $b // (\alpha)$.
C. $a // b \Rightarrow (\alpha) // (\beta)$. D. a và b chéo nhau.

Câu 168. Cho hình bình hành $ABCD$. Qua A, B, C, D lần lượt vẽ các nửa đường thẳng Ax, By, Cz, Dt ở cùng phía so với mặt phẳng $(ABCD)$, song song với nhau và không nằm trong $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) cắt Ax, By, Cz, Dt tương ứng tại A', B', C', D' sao cho $AA' = 3, BB' = 5, CC' = 4$. Tính DD' .

- A. 4. B. 6. C. 2. D. 12.

Câu 169. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang đáy AD và BC . Gọi M là trọng tâm tam giác SAD , N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $NA = \frac{NC}{2}$, P là điểm thuộc đoạn CD sao cho

$PD = \frac{PC}{2}$. Khi đó, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (MNP) là một đường thẳng song song với BC .
B. MN cắt (SBC) .
C. $(MNP) // (SAD)$.
D. $MN // (SBC)$ và $(MNP) // (SBC)$

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	B	C	A	C	A	B	A	D	D	B	D	C	B	D	A	A	B	A	A
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	A	C	D	D	C	B	B	C	B	C	A	D	C	B	D	D	B	B	A
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
D	A	B	C	D	A	C	C	B	D	A	A	A	B	D	B	D	C	C	C
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A	D	A	A	A	C	B	D	C	C	B	B	B	C	D	A	B	B	D	D
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
C	D	D	B	D	C	C	C	C	A	A	D	D	B	C	C	B	B	C	D
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
D	A	D	A	D	B	D	D	A	C	A	A	D	D	D	A	C	B	C	C
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
A	D	A	C	D	C	A	B	A	A	A	B	A	B	C	C	C	D	C	D
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
C	B	C	A	D	A	C	D	A	D	C	A	C	B	B	A	B	D	A	A
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
C	A	B	C	C	B	B	C	D											

PHẦN 2: BÀI TẬP TỰ LUẬN THAM KHẢO

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABC$ và điểm I thuộc đoạn SA . Một đường thẳng không song song với AC cắt các cạnh AB và BC lần lượt tại J và K . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau:

- a) Mặt phẳng (IJK) và (SAC) .
b) Mặt phẳng (IJK) và (SAB) .
c) Mặt phẳng (IJK) và (SBC) .

Lời giải

a) Trong mặt phẳng (ABC) gọi $M = JK \cap AC$.

Khi đó 2 mặt phẳng (IJK) và (SAC) có hai điểm chung là I và M .

Suy ra $IM = (IJK) \cap (SAC)$.

b) Hai mặt phẳng (IJK) và (SAB) có hai điểm chung là I và $J \Rightarrow IJ = (IJK) \cap (SAB)$.

c) Trong mặt phẳng (SAC) gọi $E = SC \cap IM$

Khi đó $\begin{cases} E \in (IJK) \\ E \in (SBC) \end{cases} \Rightarrow$ hai mặt phẳng (IJK) và (SBC) có

hai điểm chung là E và K .

Do đó $KE = (IJK) \cap (SBC)$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình thang với đáy lớn AB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB .

a) Chứng minh: $MN \parallel CD$

b) Tìm giao điểm P của SC với (AND) . Kéo dài AN và DP cắt nhau tại I .

Chứng minh $SI \parallel AB \parallel CD$. Tứ giác $SIBA$ là hình gì? Vì sao?

Lời giải

a) Ta có MN là đường trung bình của tam giác SAB nên $MN \parallel AB$ mặt khác $AB \parallel CD \Rightarrow MN \parallel CD$.

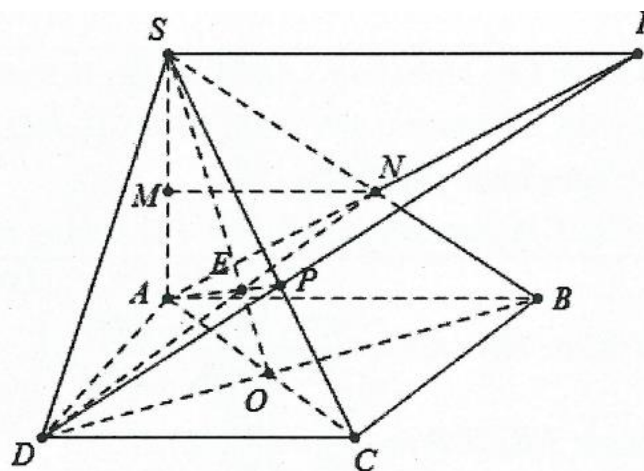
b) Gọi $O = AC \cap BD$ và $E = SO \cap ND$ khi đó SE cắt SC tại P .

Xét 3 mặt phẳng $(SAB); (SCD)$ và $(ABCD)$ có các giao tuyến chung là SI, AB và CD song song hoặc đồng quy.

Do $AB \parallel CD$ nên $SI \parallel AB \parallel CD$.

Ta có: $SI \parallel AB \Rightarrow \frac{NS}{NB} = \frac{NI}{NA} = \frac{SI}{AB} = 1$

Khi đó: $\begin{cases} SI \parallel AB \\ SI = AB \end{cases} \Rightarrow SIBA$ là hình bình hành.



Bài 3. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của AB, CD, BC, AD, AC, BD .

a) Chứng minh $MNPQ$ là hình bình hành.

b) Từ đó suy ra ba đoạn MN, PQ, RS cắt nhau tại trung điểm của mỗi đoạn.

Lời giải

a) Vì MQ là đường trung bình của tam giác ABD nên

$$\text{ta có } \begin{cases} MQ // BD \\ MQ = \frac{1}{2} BD \end{cases}$$

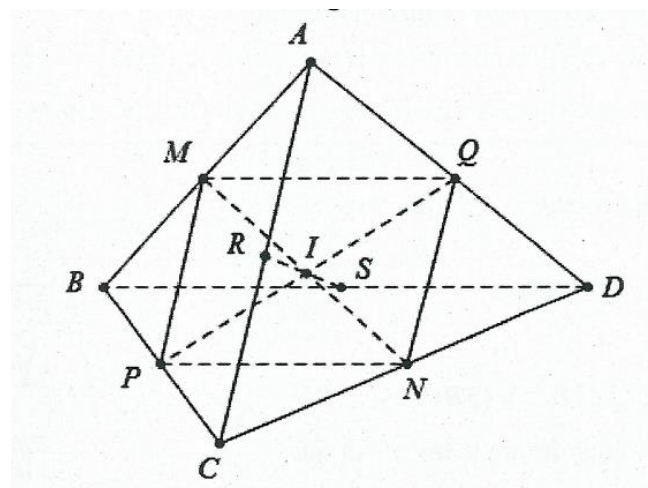
$$\text{Tương tự ta cũng có: } \begin{cases} NP // BD \\ NP = \frac{1}{2} BD \end{cases}$$

Do vậy $MQNP$ là hình bình hành từ đó suy ra MN và PQ cắt nhau tại trung điểm I của mỗi đường.

b) Tương tự chứng minh trên ta cũng có tứ giác $RNSM$ cũng là hình bình hành do có

$$\begin{cases} RN // MS \\ RN = MS = \frac{1}{2} AD \end{cases} \text{ suy ra } RS \text{ và } MN \text{ cũng cắt nhau tại trung điểm } I \text{ của } MN.$$

Vậy ba đoạn MN, PQ, RS cắt nhau tại trung điểm I của mỗi đoạn.



Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD .

a) Chứng minh MN song song với các mặt phẳng $(SBC), (SAD)$.

b) Gọi P là trung điểm của SA . Chứng minh SB, SC đều song song với (MNP) .

c) Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, SBC . Chứng minh rằng: $G_1G_2 // (SAC)$

Lời giải

a) Vì M, N là trung điểm của AB, CD nên $MN // AD // BC$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AD \in (SAD) \\ MN // AD \Rightarrow MN // (SAD) \\ MN \notin (SAD) \end{cases}$$

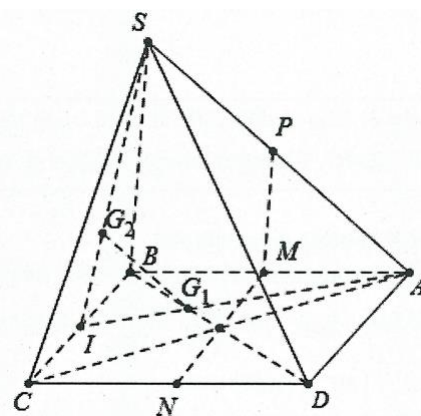
$$\text{Tương tự, ta có: } \begin{cases} BC \in (SBC) \\ MN // BC \Rightarrow MN // (SBC) \\ MN \notin (SBC) \end{cases}$$

$$\text{b) Vì } P \text{ là trung điểm } SA \text{ nên } \begin{cases} MP // SB \\ NP // SC \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} MP \in (MNP) \\ SB // MP \Rightarrow SB // (MNP) \\ SB \notin (MNP) \end{cases}$$

$$\text{Tương tự chứng minh trên ta có: } \begin{cases} NP \in (MNP) \\ SC // NP \Rightarrow SC // (MNP) \\ SC \notin (MNP) \end{cases}$$

$$\text{c) Gọi } I \text{ là trung điểm của } BC \Rightarrow \begin{cases} G_1 \in AI \\ G_2 \in BC \end{cases} \text{ và } \frac{IG_1}{IA} = \frac{IG_2}{IS} = \frac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 // SA \Rightarrow G_1G_2 // (SAC).$$



Bài 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Trên các cạnh SA, SB, AD lần lượt lấy M, N, P sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{PD}{AD}$. Chứng minh:

- MN song song với mặt phẳng $(ABCD)$.
- SD song song với mặt phẳng (MNP) .
- NP song song với mặt phẳng (SCD) .

Lời giải

a) Ta có: $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} \Rightarrow MN \parallel AB$ (định lý Talet đảo)

Suy ra $MN \parallel (ABCD)$.

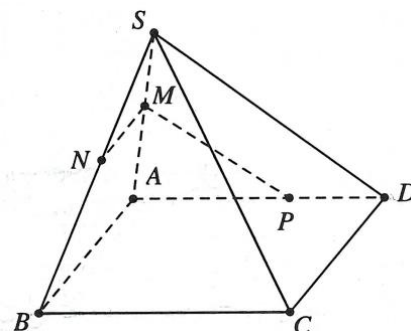
b) Tương tự $\frac{SM}{SA} = \frac{PD}{AD} \Rightarrow MP \parallel SD$ (định lý Talet đảo)

Suy ra $SD \parallel (MNP)$.

c) Ta có: $MP \parallel SD$

Mặt khác $MN \parallel AB \Rightarrow MN \parallel CD$

Do đó $(MNP) \parallel (SCD) \Rightarrow NP \parallel (SCD)$.



Bài 6. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD .

a) Chứng minh rằng $(OMN) \parallel (SBC)$.

b) Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB, ON . Chứng minh $PQ \parallel (SBC)$.

Lời giải

a) Ta có MO là đường trung bình trong tam giác $SAC \Rightarrow MO \parallel AC$.

Mặt khác N và O lần lượt là trung điểm của SD và BD nên NO là đường trung bình trong $\triangle SBD \Rightarrow NO \parallel SB$.

Ta có:
$$\begin{cases} MO \parallel SC \\ NO \parallel SB \\ MO \cap NO = O \\ SC \cap SB = S \end{cases} \Rightarrow (OMN) \parallel (SBC).$$

b) Do P và O lần lượt là trung điểm của AB và AC nên $OP \parallel AD \parallel BC \Rightarrow OP \parallel (SBC)$.

Lại có $ON \parallel SB \Rightarrow OQ \parallel (SBC)$.

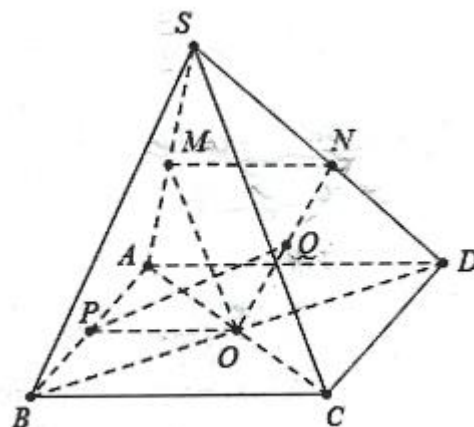
Do vậy $(OPQ) \parallel (SBC) \Rightarrow PQ \parallel (SBC)$.

Bài 7. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD .

a) Chứng minh rằng $(OMN) \parallel (SBC)$.

b) Gọi I là trung điểm của SD, J là một điểm trên $(ABCD)$ và cách đều AB, CD . Chứng minh rằng $IJ \parallel (SAB)$.

Lời giải



a) Ta có N và O lần lượt là trung điểm của CD và AC nên NO là đường trung bình trong $\triangle ACD \Rightarrow NO \parallel AD$.

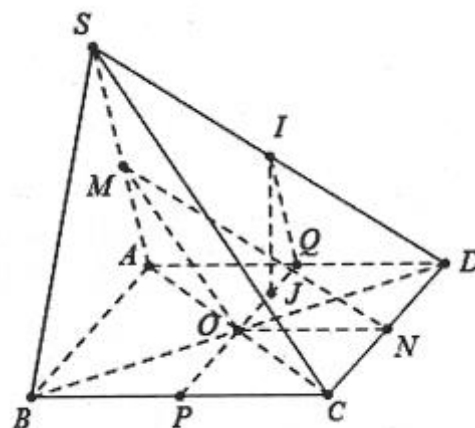
Tương tự MO là đường trung bình trong tam giác SAC nên $MO \parallel SC$.

Lại có: $\begin{cases} NO \parallel BC \\ MO \parallel SC \\ OM \cap ON = O \\ BC \cap SC = S \end{cases} \Rightarrow (OMN) \parallel (SBC).$

b) Ta có P và Q lần lượt là trung điểm của BC và AD thì PQ là đường thẳng cách đều AB và CD do vậy điểm $J \in PQ$, Do IQ là đường trung bình của $\triangle SAD$ nên $IQ \parallel SA$.

Ta có: $PQ \parallel (SAB); IQ \parallel (SAB) \Rightarrow (IPQ) \parallel (SAB)$

Mặt khác $IJ \subset (IPQ) \Rightarrow IJ \parallel (SAB)$.



PHẦN 3: BÀI TẬP TỰ LUẬN TỰ LUYỆN

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G, H lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, SBC .

- a)** Chứng minh GH song song $mp(SAC)$.
- b)** Gọi (α) là mặt phẳng qua H và song song với SA, BC . Xác định thiết diện của mặt phẳng (α) và hình chóp $S.ABC$.

Giải:

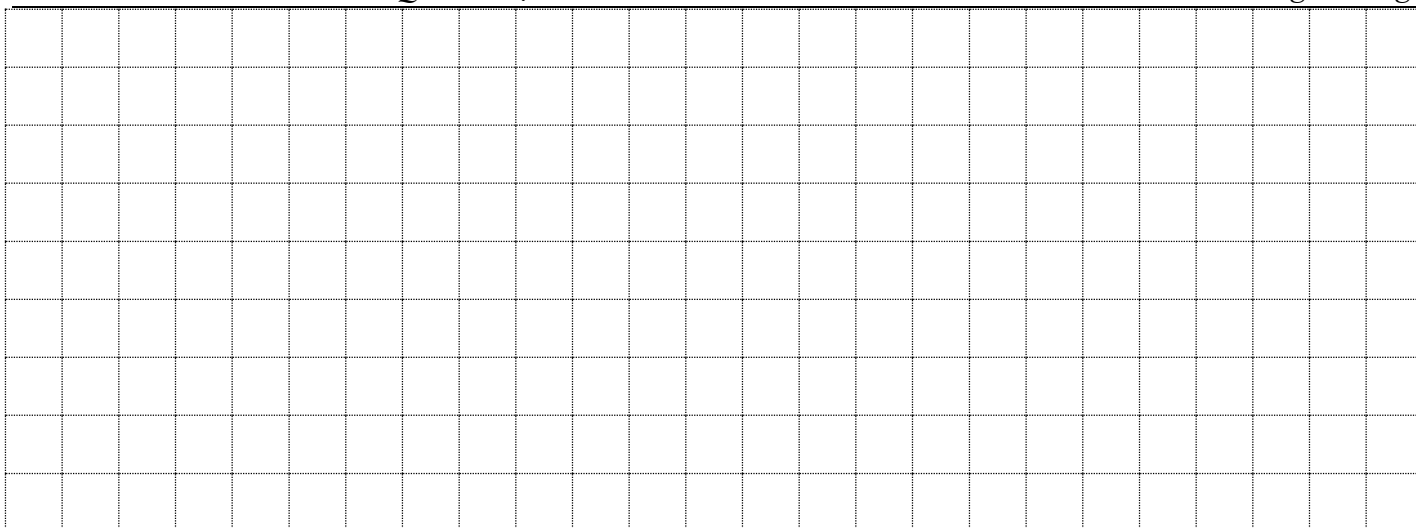
A full-page sheet of white graph paper featuring a uniform grid of small squares. The grid consists of 20 columns and 20 rows, creating a total of 400 square units. The lines are thin and black, spaced evenly across the entire page. There are no margins, text, or other markings present.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BS, BC .

- a) Tìm giao tuyến của 2 mặt phẳng (AMN) và (SCD) .
- b) Tìm giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAD) .

Giải:

[illegible]

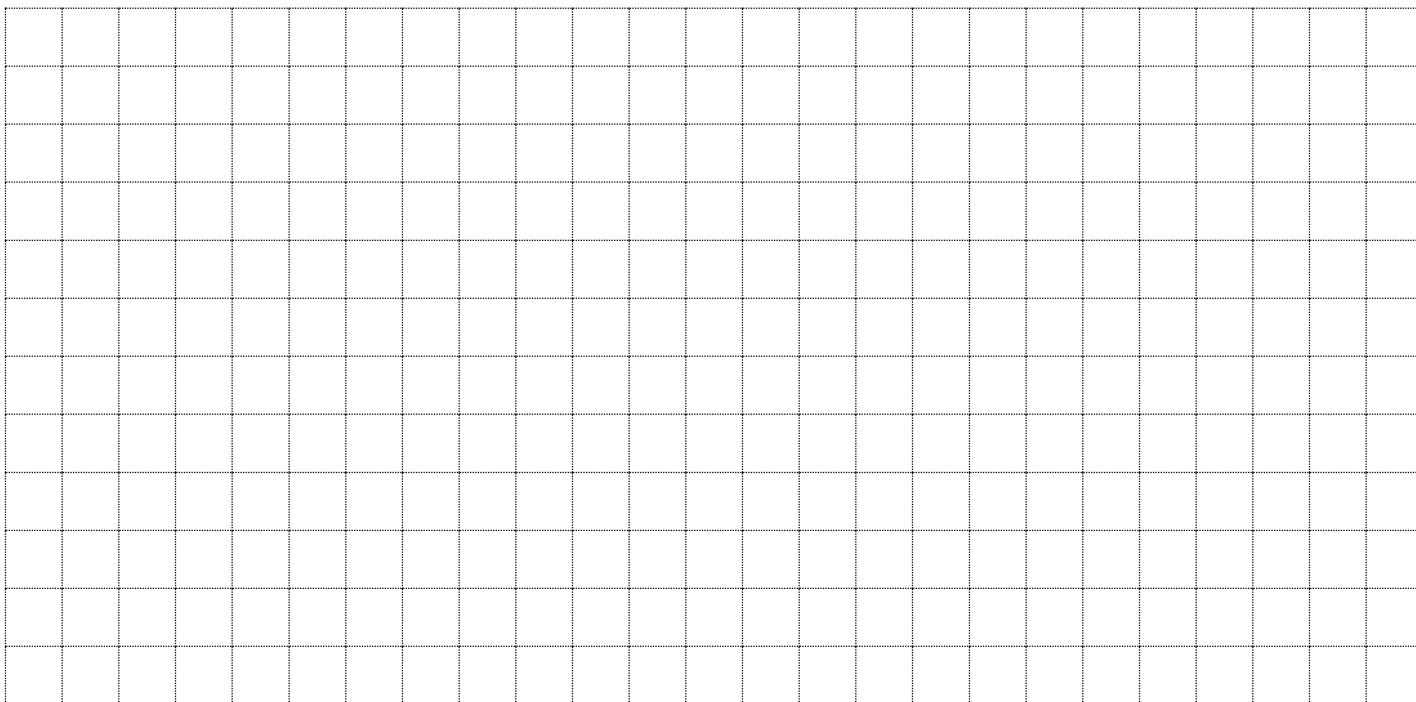


Bài 3. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy M, N lần lượt trên cạnh BD, BC sao cho $MD = 2MB$ và $BC = 3BN$.

a) Chứng minh MN song song mặt phẳng (ACD) .

b) Gọi P là trung điểm AD . Tìm giao tuyến của 2 mặt phẳng (MNP) và (ABC) .

Giải:

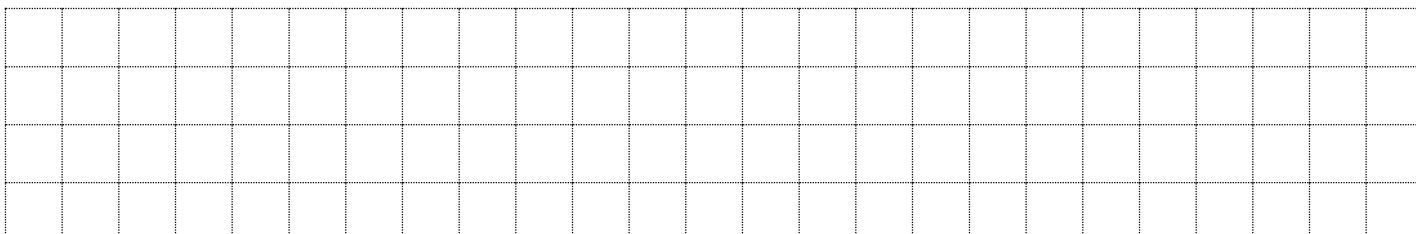


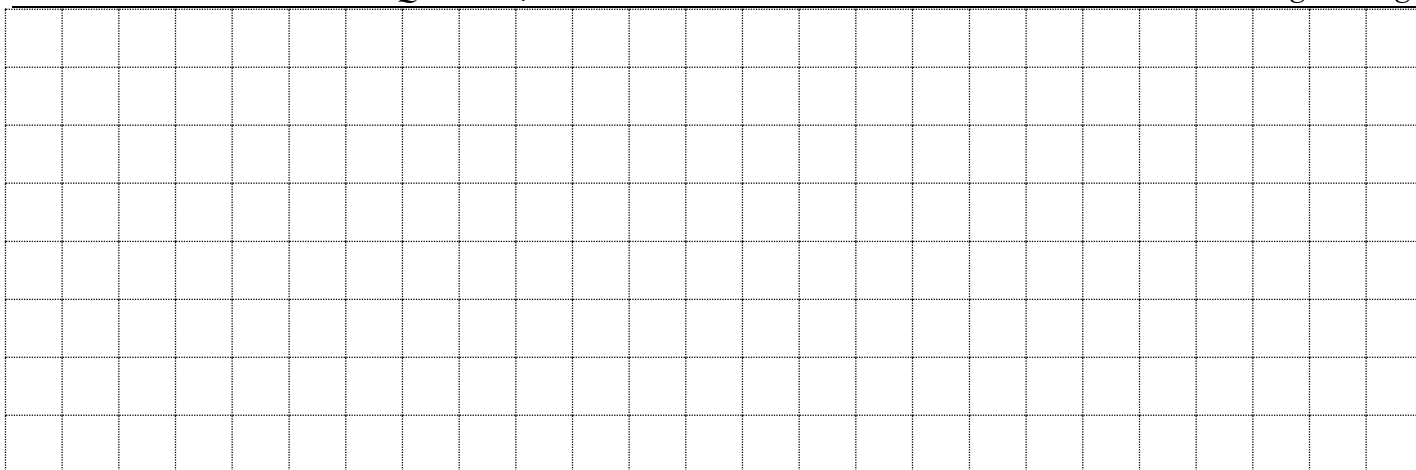
Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang tâm O (AD là đáy lớn). Gọi I, M, N lần lượt là trung điểm SC, SA, CD .

a) Tìm giao điểm của ID và mặt phẳng (SAB) .

b) Gọi (α) là mặt phẳng qua MN và song song SO . Tìm thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) .

Giải:

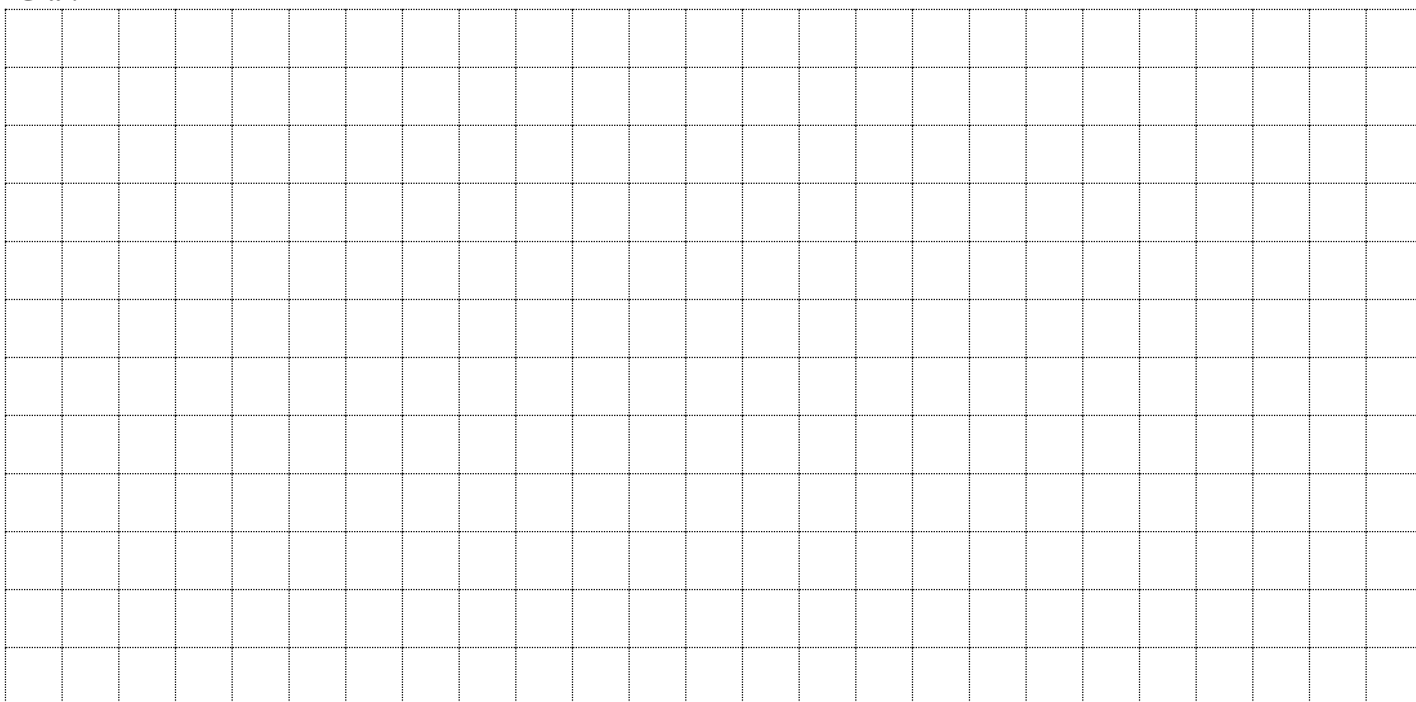




Bài 5. Cho hình chóp $S.MNPQ$ có đáy $MNPQ$ là hình thang, MQ là đáy lớn và $MQ = 2NP$. Gọi I nằm trên đoạn MQ sao cho $IQ = 2MI$.

- a) Gọi G là trọng tâm của tam giác SMQ . Chứng minh rằng: $GI \parallel (SPM)$.
- b) Gọi (P) là mặt phẳng đi qua I và song song với SM và NQ . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) .

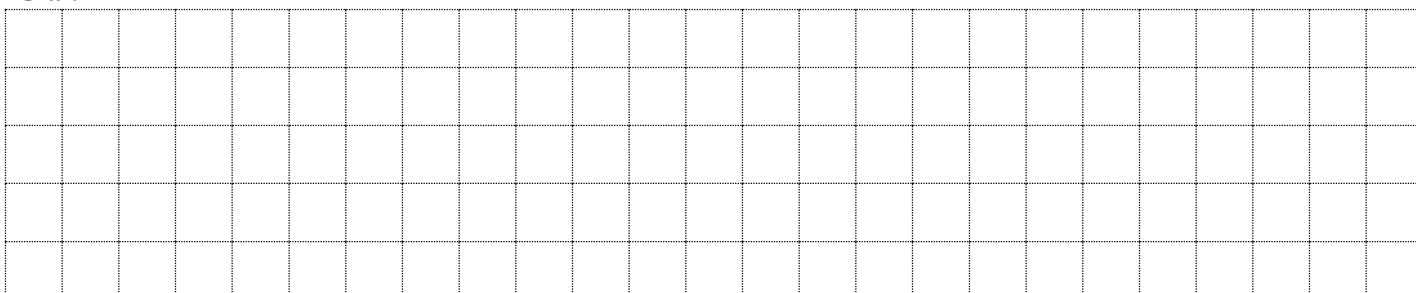
Giải:

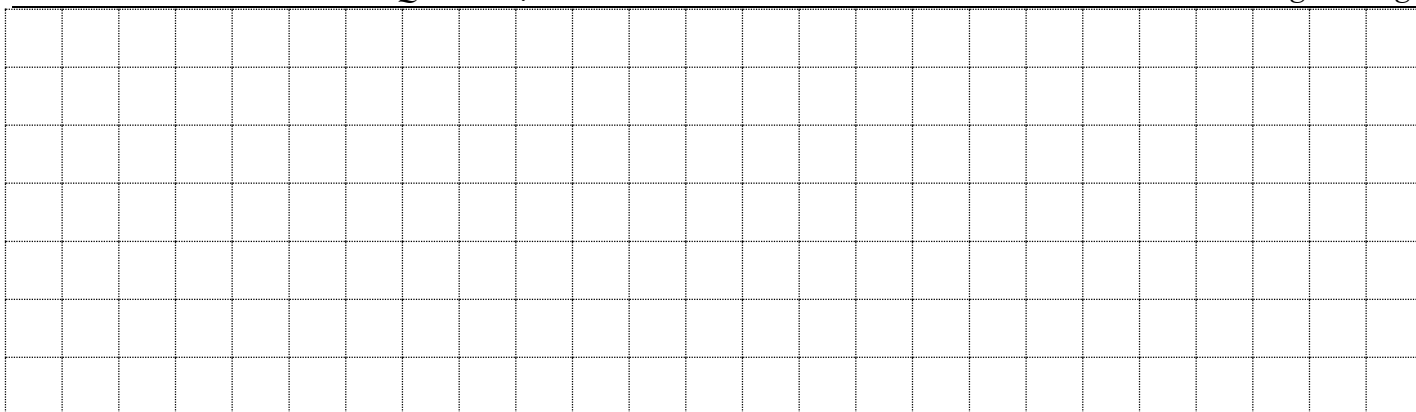


Bài 6. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SC, AC .

- a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và (ABC) .
- b) Tìm giao điểm của đường thẳng AB và mặt phẳng (MNP) .

Giải:

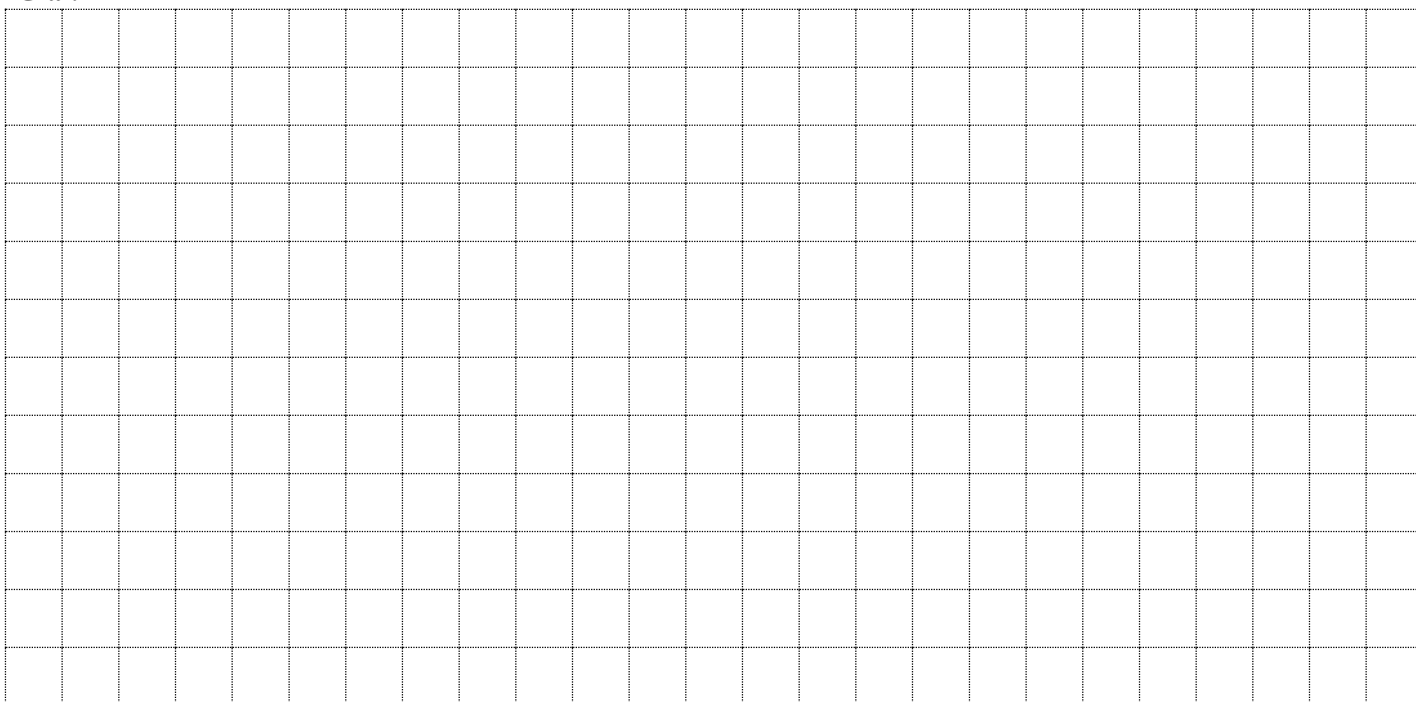




Bài 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, Gọi E là trung điểm của SB .

- a) Tìm giao điểm của đường thẳng SC và mặt phẳng (ADE) .
- b) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD . Gọi I là điểm thuộc cạnh SM sao cho $SI = 2IM$ và J là điểm thuộc cạnh SN sao cho $SJ = \frac{2}{3}SN$. Chứng minh rằng: $IJ \parallel (ABCD)$.

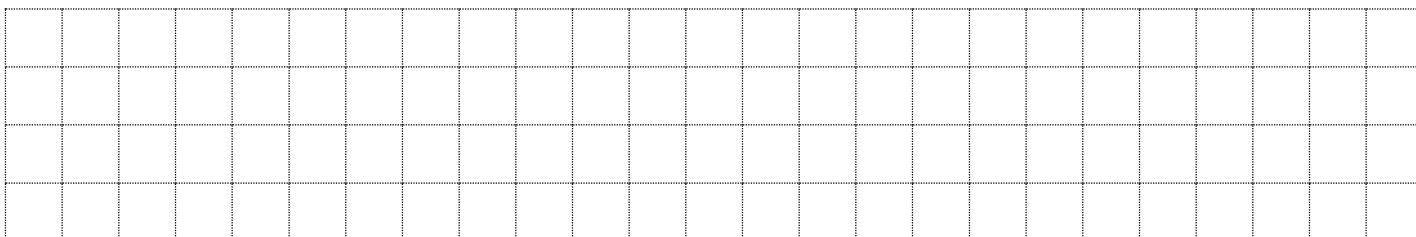
Giải:

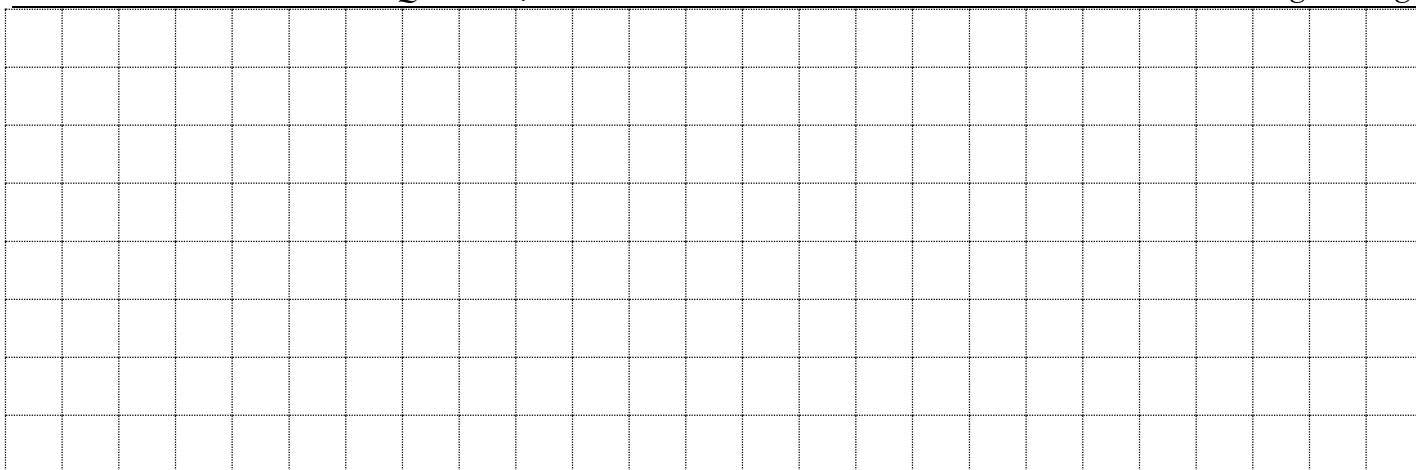


Bài 8. Cho hình chóp $S.ABC$. Trên các cạnh SA, SB, BC lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho $SM = 2AM; SN = \frac{2}{3}SB; BP = \frac{1}{2}PC$.

- a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (CMN) và (ABC) .
- b) Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) .

Giải:

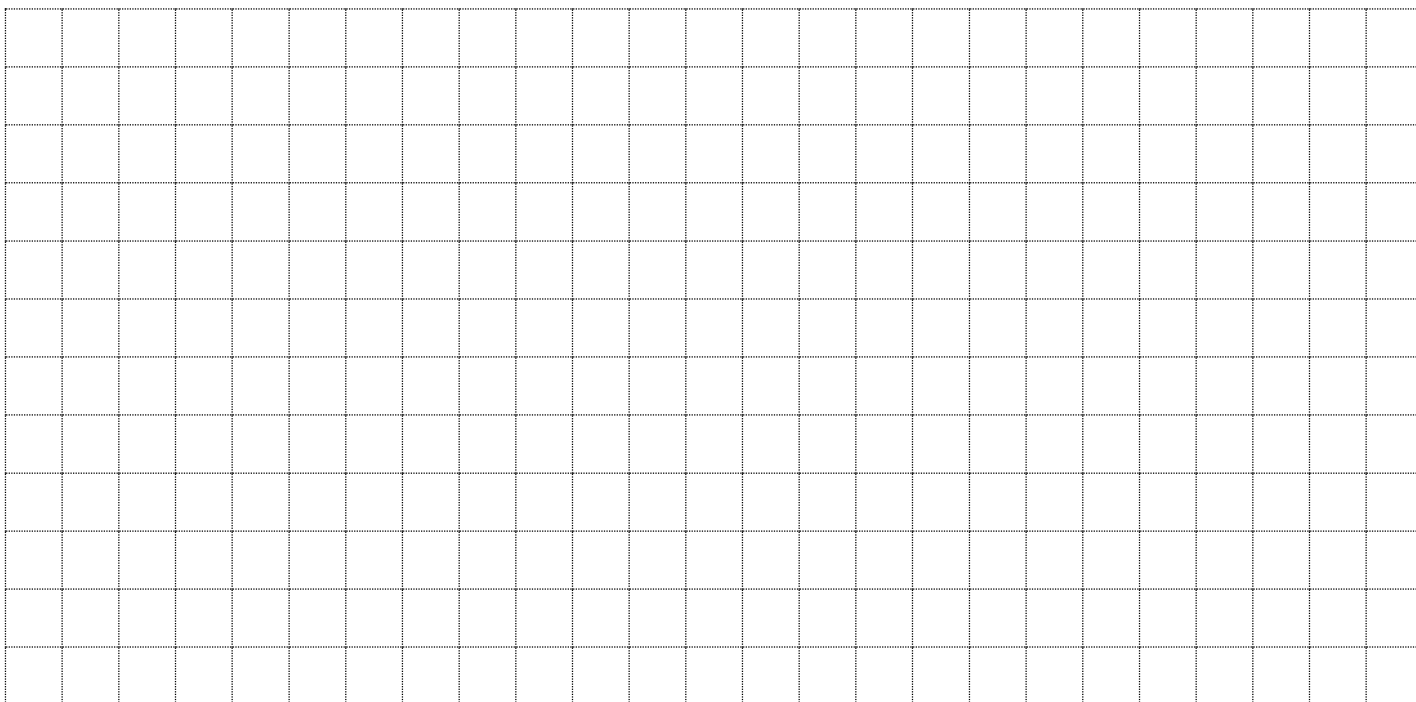




Bài 9. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, AB , trên cạnh AC lấy điểm K sao cho $AK = 2KC$

- Tìm giao tuyến 2 mặt phẳng (MNK) và (SAC)
- Tìm giao điểm H của đường thẳng BC và mp (MNK)

Giải:

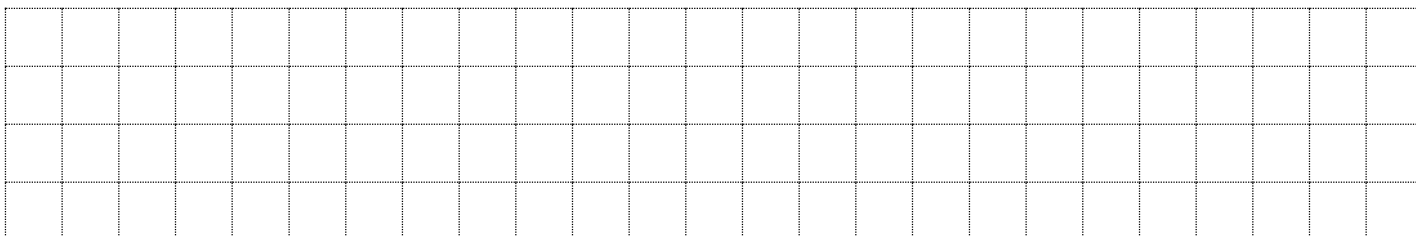


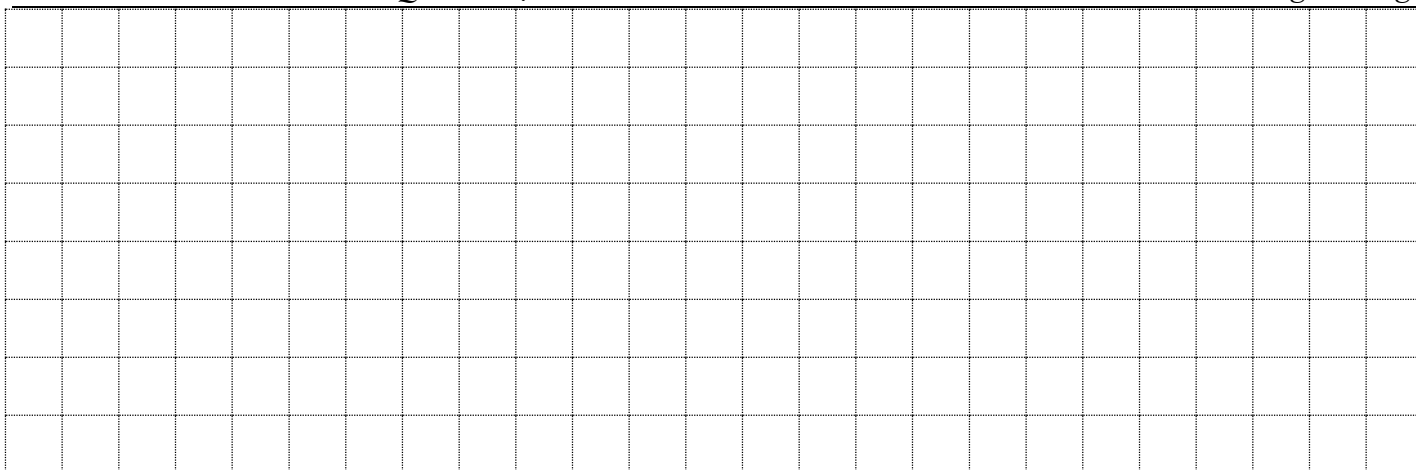
Bài 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên các cạnh OA, OD lần lượt lấy các điểm

E, F sao cho: $OE = \frac{1}{3}OA, OD = 3OF$.

- Chứng minh: $EF \parallel (SAD)$
- Gọi M là điểm nằm trên cạnh AD (M không trùng với A và M không trùng với D). Mp (α) qua M và song song với SA, CD . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mp (α)

Giải:





Bài 11. Cho tứ diện $DABC$ có I, H lần lượt là trung điểm của DA và AB , trên cạnh DC lấy điểm K sao cho $CK = 3KD$

- Tìm giao tuyến 2 mặt phẳng (IHK) và (ABC)
- Tìm giao điểm của đường thẳng AB và $mp(IHK)$ với M là điểm thuộc miền trong tam giác BCD

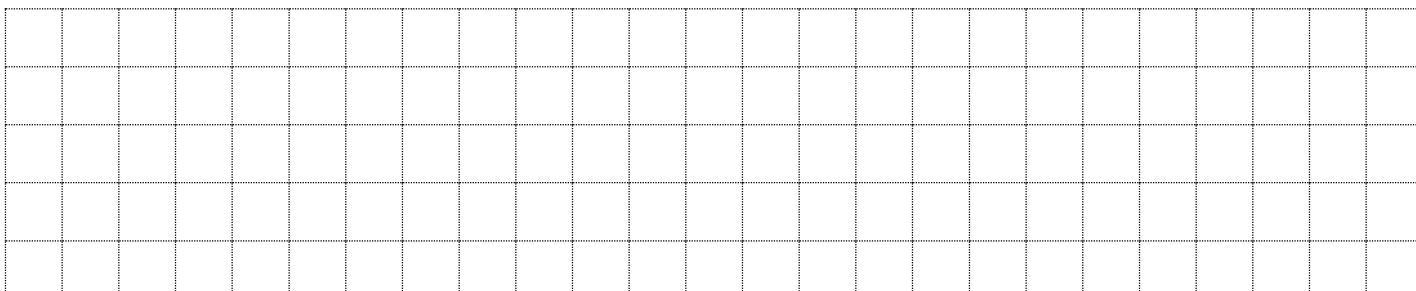
Giải:

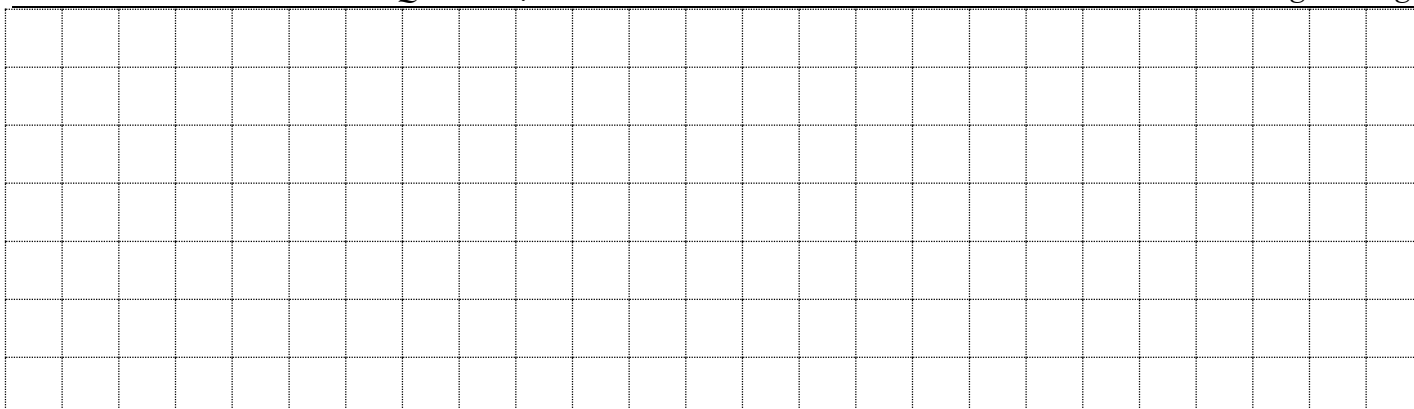


Bài 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD . Gọi I là điểm thuộc cạnh SM sao cho $SI = 2IM$ và J là điểm thuộc cạnh SN sao cho $SJ = \frac{2}{3}SN$

- Chứng minh: $IJ \parallel (ABCD)$
- Gọi M là trung điểm của SD . $mp(\alpha)$ qua M và song song với SO, AB . Xác định thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi $mp(\alpha)$

Giải:





Bài 13. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang (AD là đáy lớn). Gọi I, J lần lượt là trung điểm AB, CD . Lấy $E \in SC$ ($E \neq S, E \neq C$).

a) Chứng minh: $IJ // (SAD)$

b) Tìm giao điểm của SB và $mp(EIJ)$

Giải:

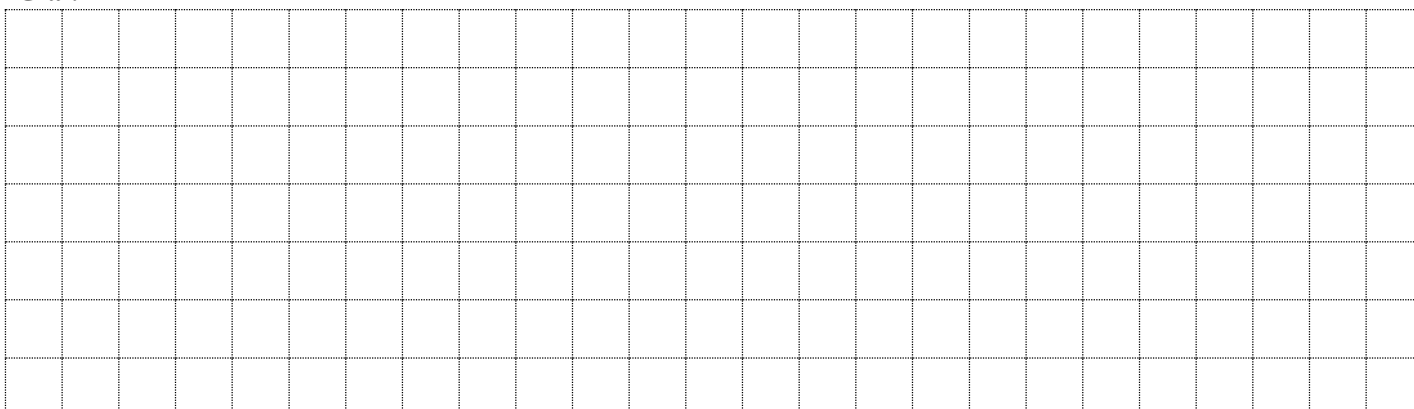


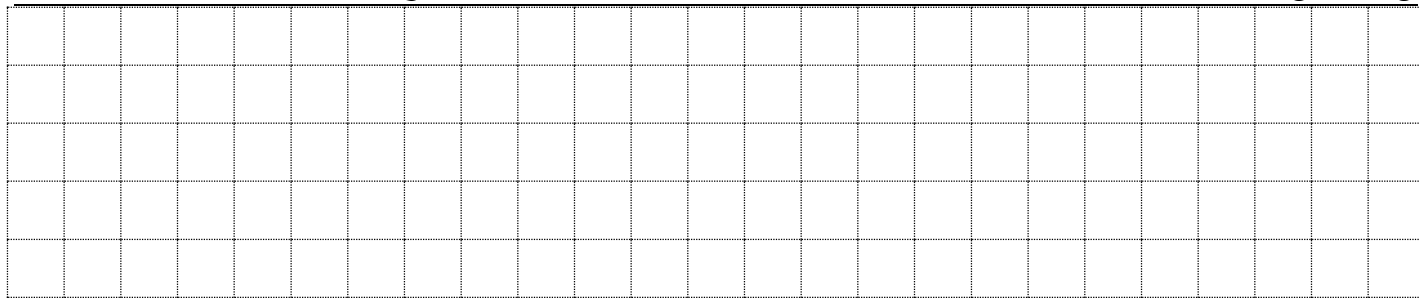
Bài 14. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SB

a) Tìm giao tuyến giữa $mp(MNO)$ và $mp(ABCD)$

b) Tìm thiết diện của hình chóp khi cắt bởi $mp(MNO)$

Giải:



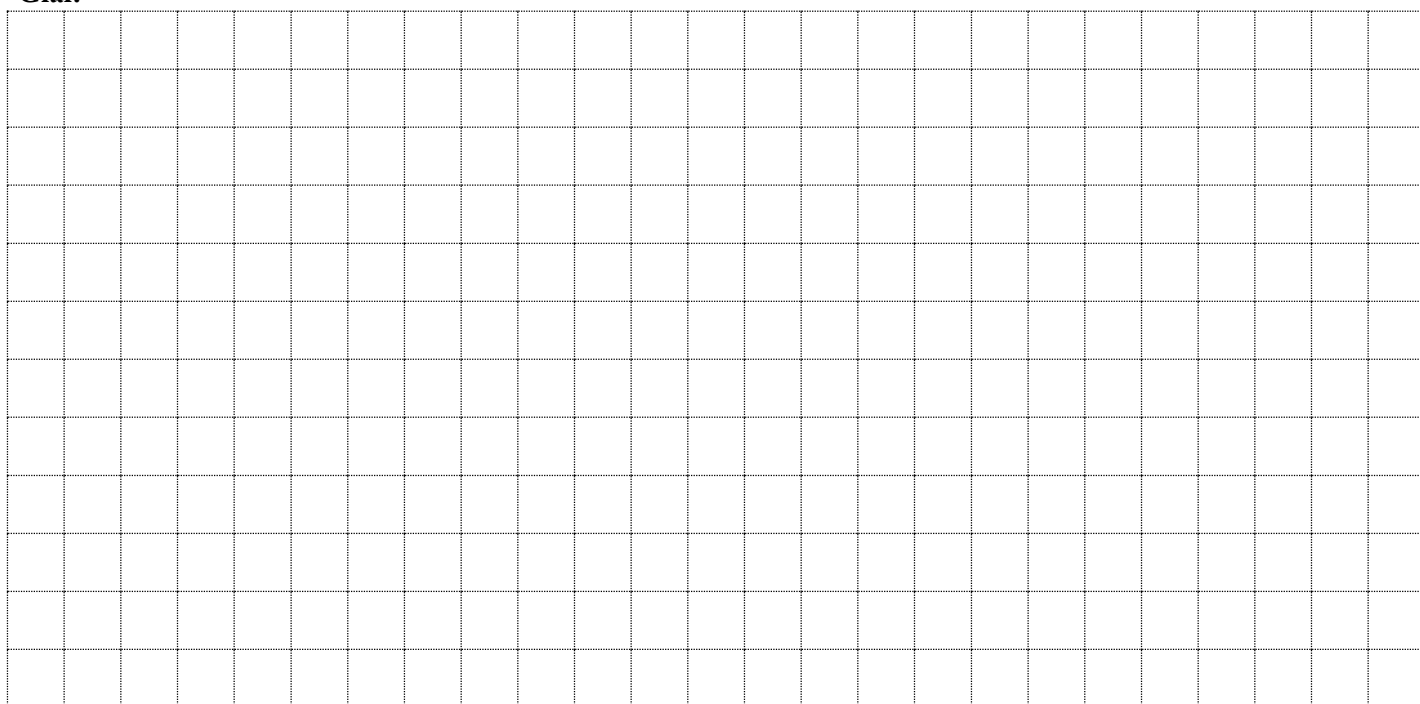


Bài 15. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SC . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC .

a) Tìm giao tuyến giữa $mp(SAD)$ và $mp(SBC)$

b) Chứng minh: $MN // (ABCD)$

Giải:

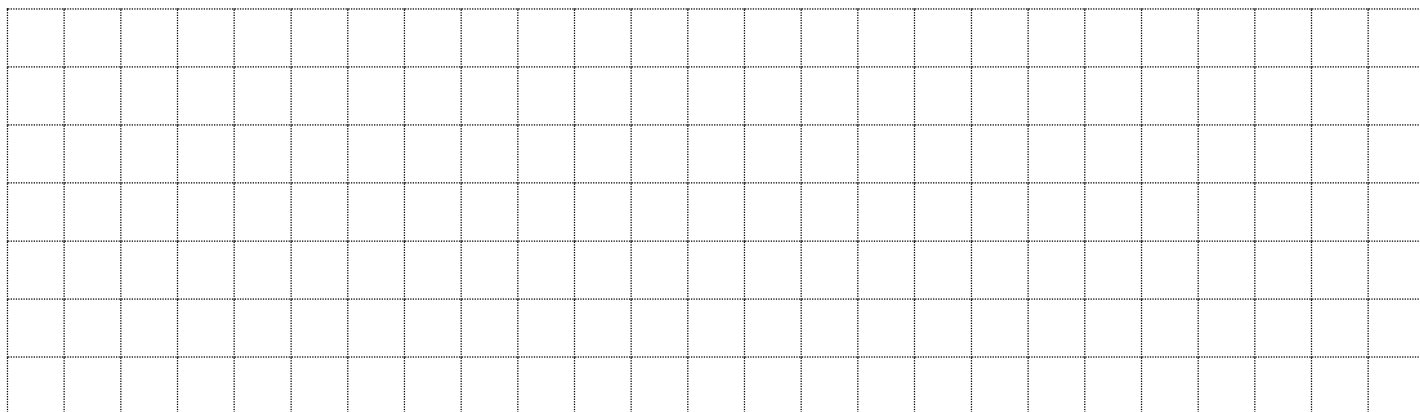


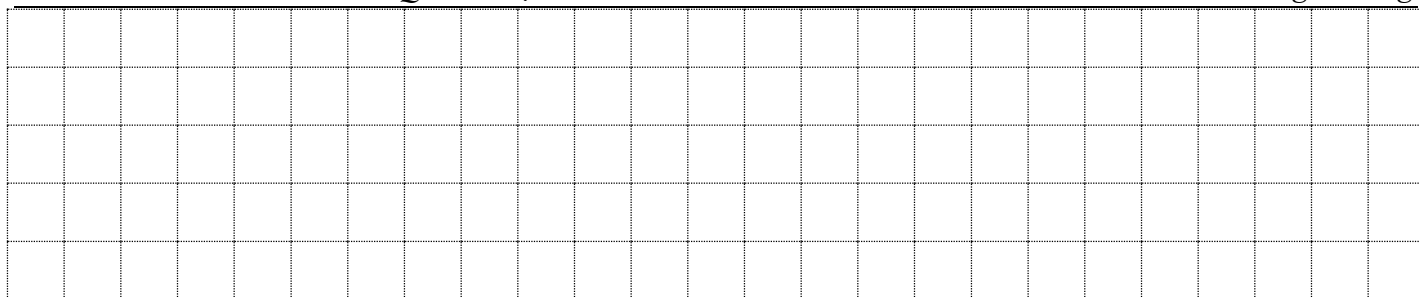
Bài 16. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SC . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC .

a) Tìm giao điểm H của AB và $mp(MNG)$

b) Tìm thiết diện của hình chóp khi cắt bởi $mp(MNG)$.

Giải:





Bài 17. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , M là điểm thuộc SA sao cho $MS = 2MA$, N là điểm thuộc cạnh SC sao cho $NC = 2NS$.

- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAG) và (MBC) .
- Chứng minh: $GN \parallel mp(SAB)$.

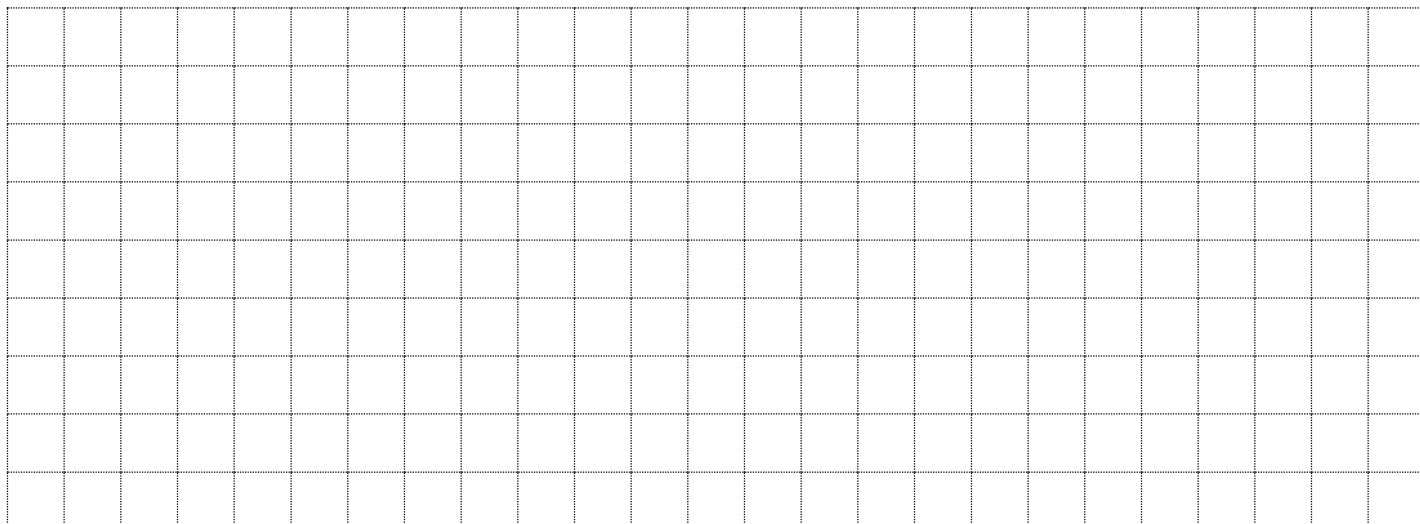
Giải:

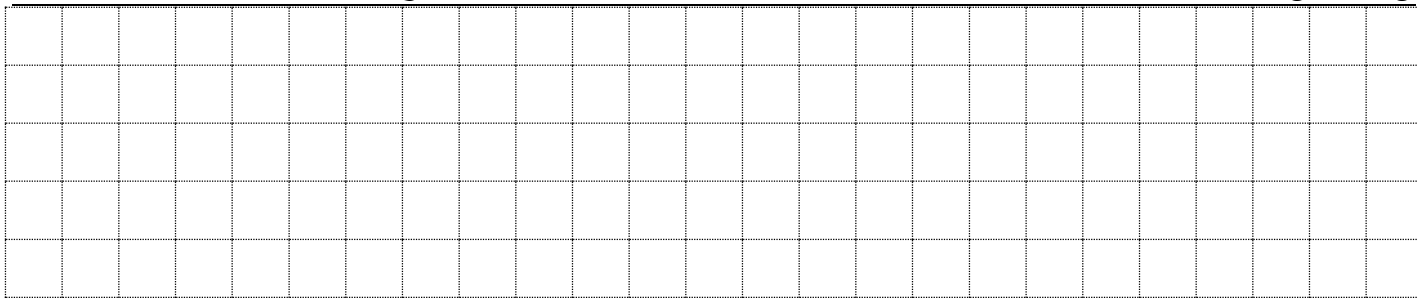


Bài 18. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB ; O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD ; (P) là mặt phẳng qua O và song song với AB và SC .

- Tìm giao điểm của MN và $mp(SCD)$.
- Tìm thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi $mp(P)$.

Giải:





Bài 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm SB .

- a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .
- b) Xác định giao điểm của DM và $mp(SAC)$.

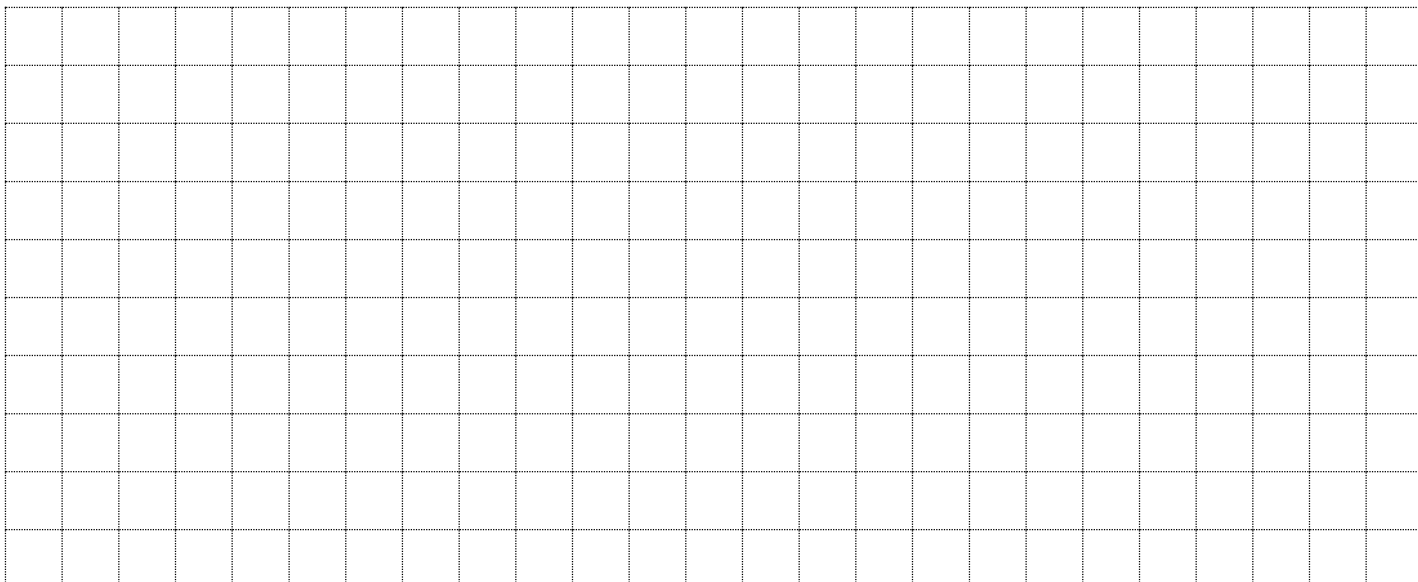
Giải:

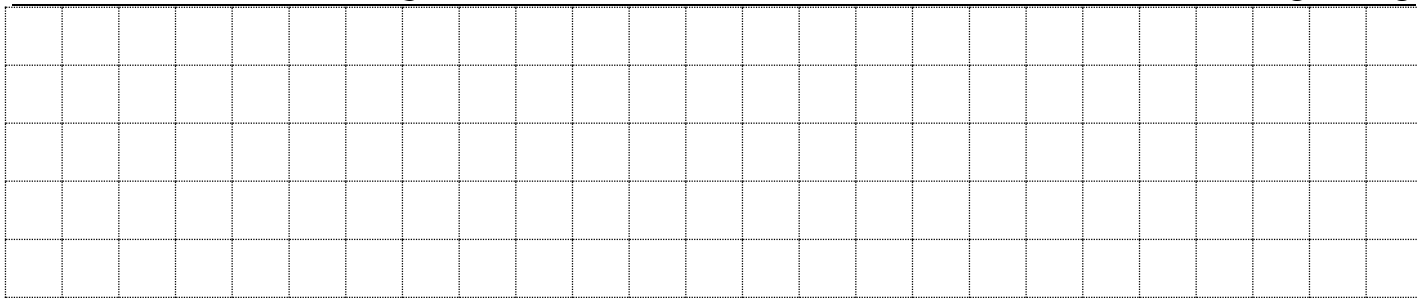


Bài 20. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD , M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $BC = 3MC$, N là điểm thuộc cạnh CD sao cho $ND = 2NC$.

- a) Chứng minh: $GM \parallel (ACD)$.
- b) Xác định thiết diện của tứ diện cắt bởi $mp(MNG)$.

Giải:

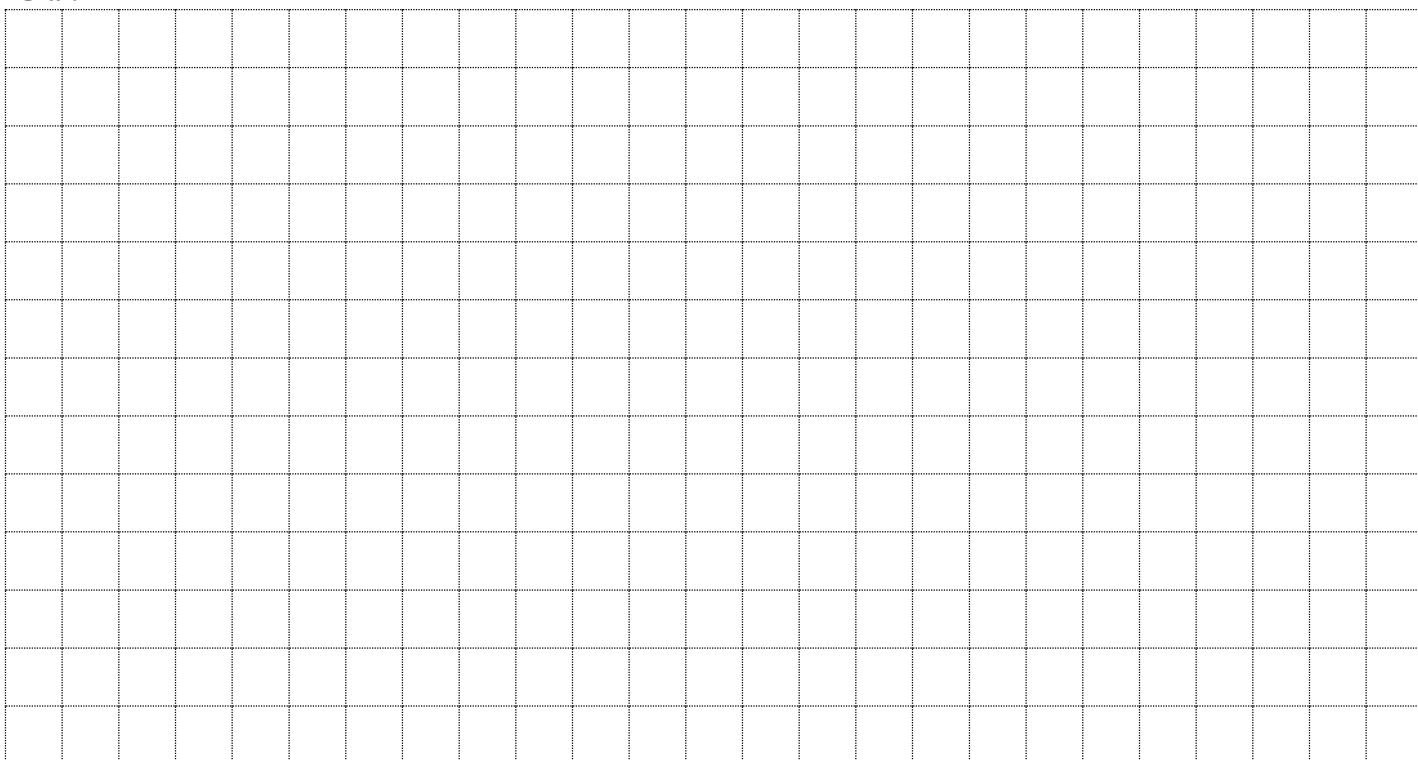




Bài 21. Cho tứ diện $DABC$ có G là trọng tâm của tam giác ABC và H là trung điểm của BC .

- a) Xác định giao tuyến của (AGH) với (ADC) .
b) Gọi $E \in CD:CD = 4DE$. xác định giao điểm của AD với (EGH) .

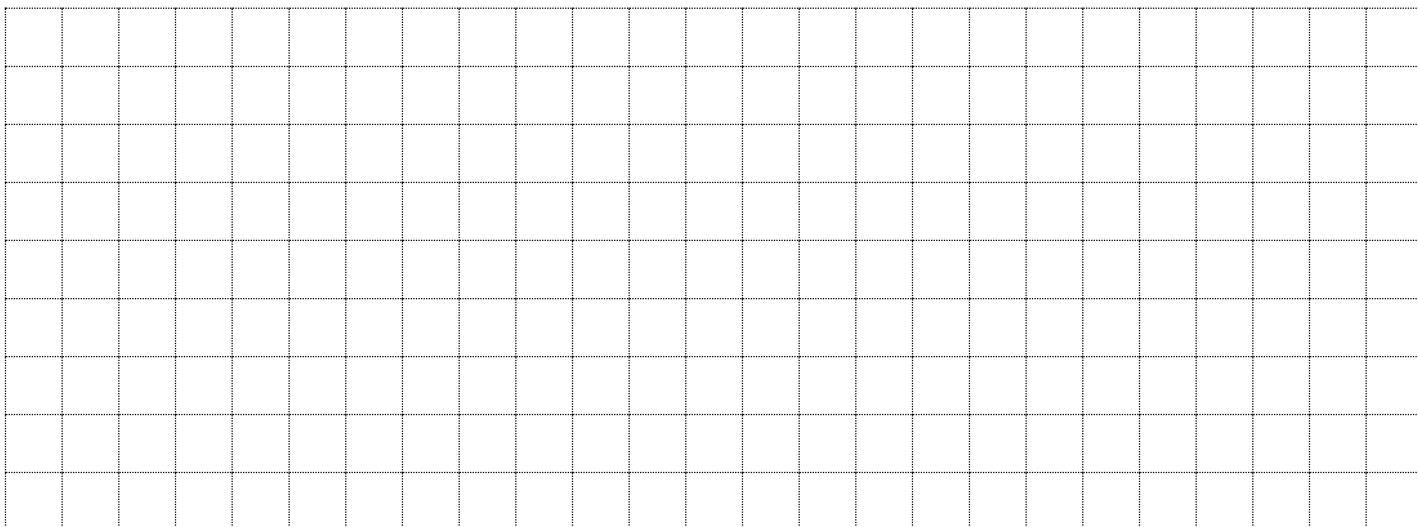
Giải:

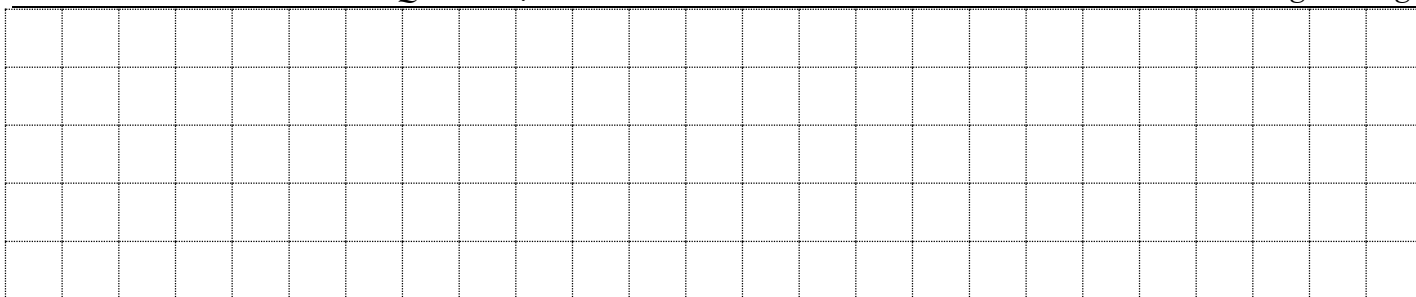


Bài 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi E là trung điểm của SB

- a) Chứng minh rằng: $SD // (EAC)$.
b) Gọi (α) đi qua E và song song với BD và SC . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) .

Giải:





Bài 23. Cho tứ diện $ABCD$ có I và H lần lượt là trung điểm DA và AB . Trên đoạn thẳng CD lấy điểm K sao cho $DK = 3KC$

- Xác định giao tuyến của (IHK) với (ABC) .
- Xác định giao điểm của AE với (IKM) . (với E tùy ý trên đoạn thẳng BC)

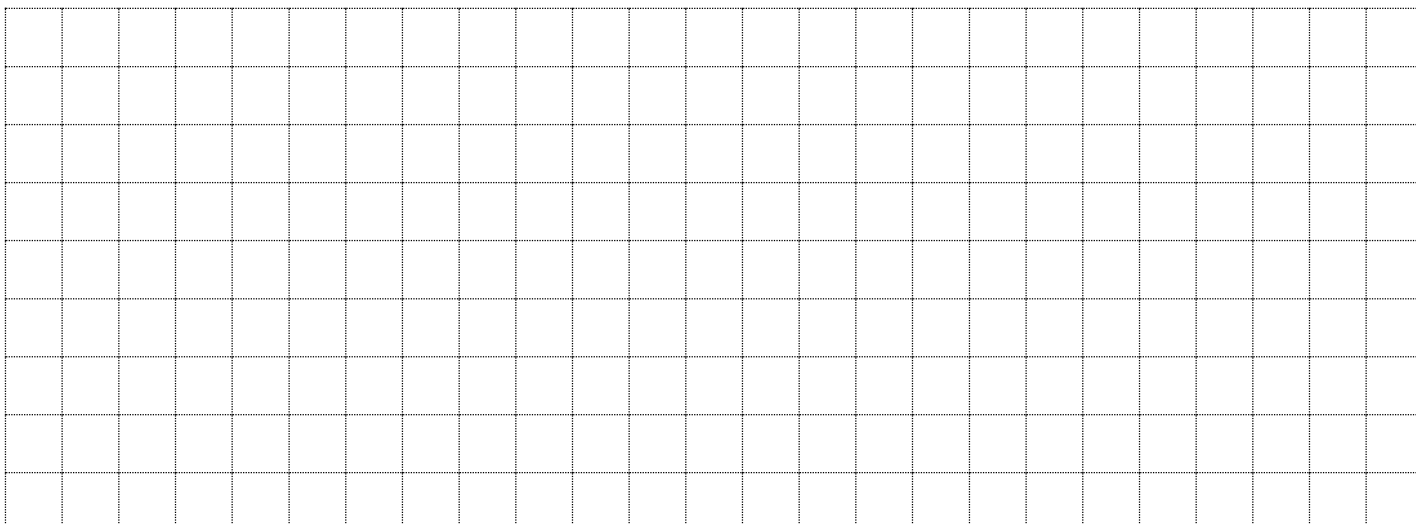
Giải:

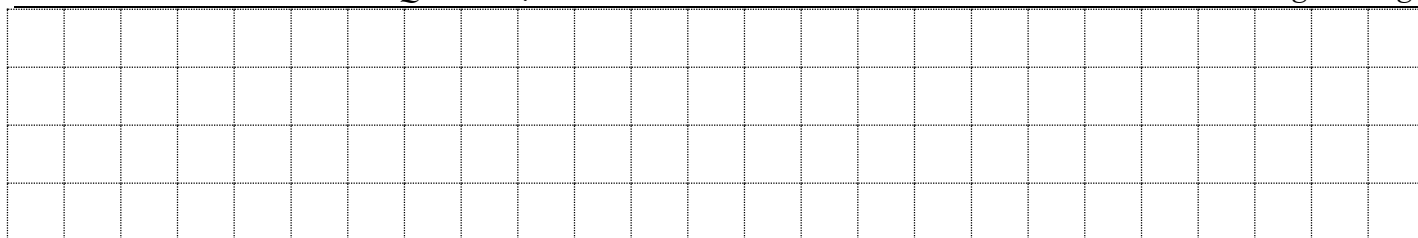


Bài 24. Cho hình chóp $S.MNPQ$ có đáy $MNPQ$ là hình thang, có MQ là đáy lớn và $MQ = 2NP$. Gọi I nằm trên đoạn MQ sao cho $IQ = 2MI$

- Gọi G là trọng tâm tam giác SPQ . CMR: $GQ // (SMP)$
- Gọi (α) đi qua I và song song với SM và NQ . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) .

Giải:





Bài 25. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD, AN và G là trung điểm của đoạn MN .

- Tìm giao điểm của đường thẳng AG và mặt phẳng (BCD) .
- Chứng minh rằng MP song song với mặt phẳng (BCD) .

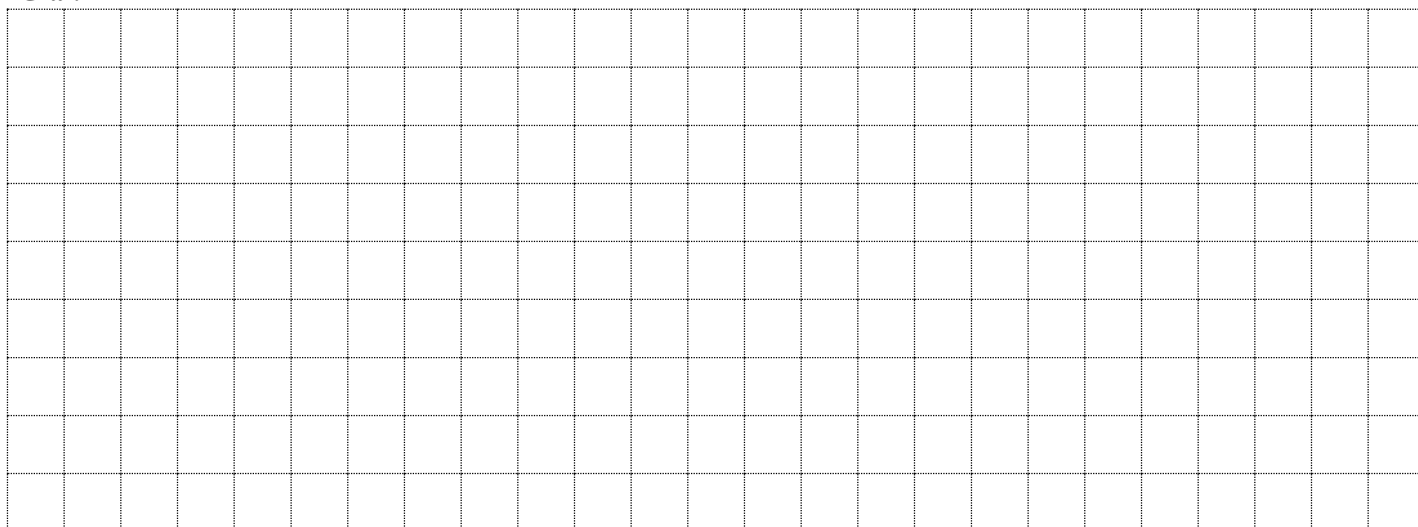
Giải:

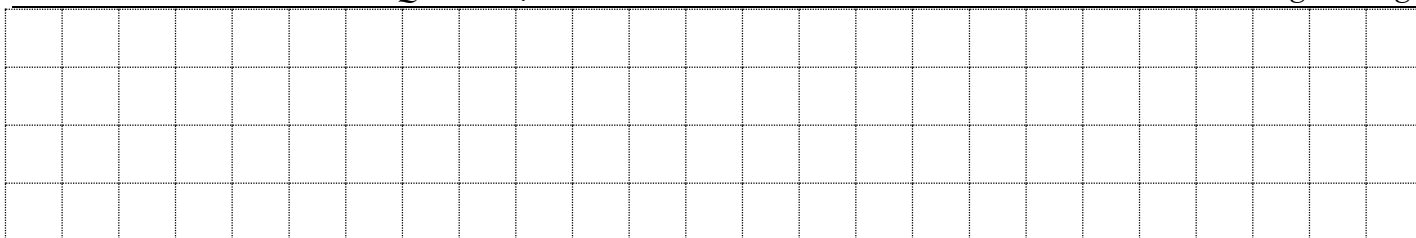


Bài 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang (AB là đáy lớn). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SC .

- Tìm giao điểm của đường thẳng AN với mặt phẳng (SBD) .
- Gọi (α) là mặt phẳng qua MN và song song với CD . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) .

Giải:

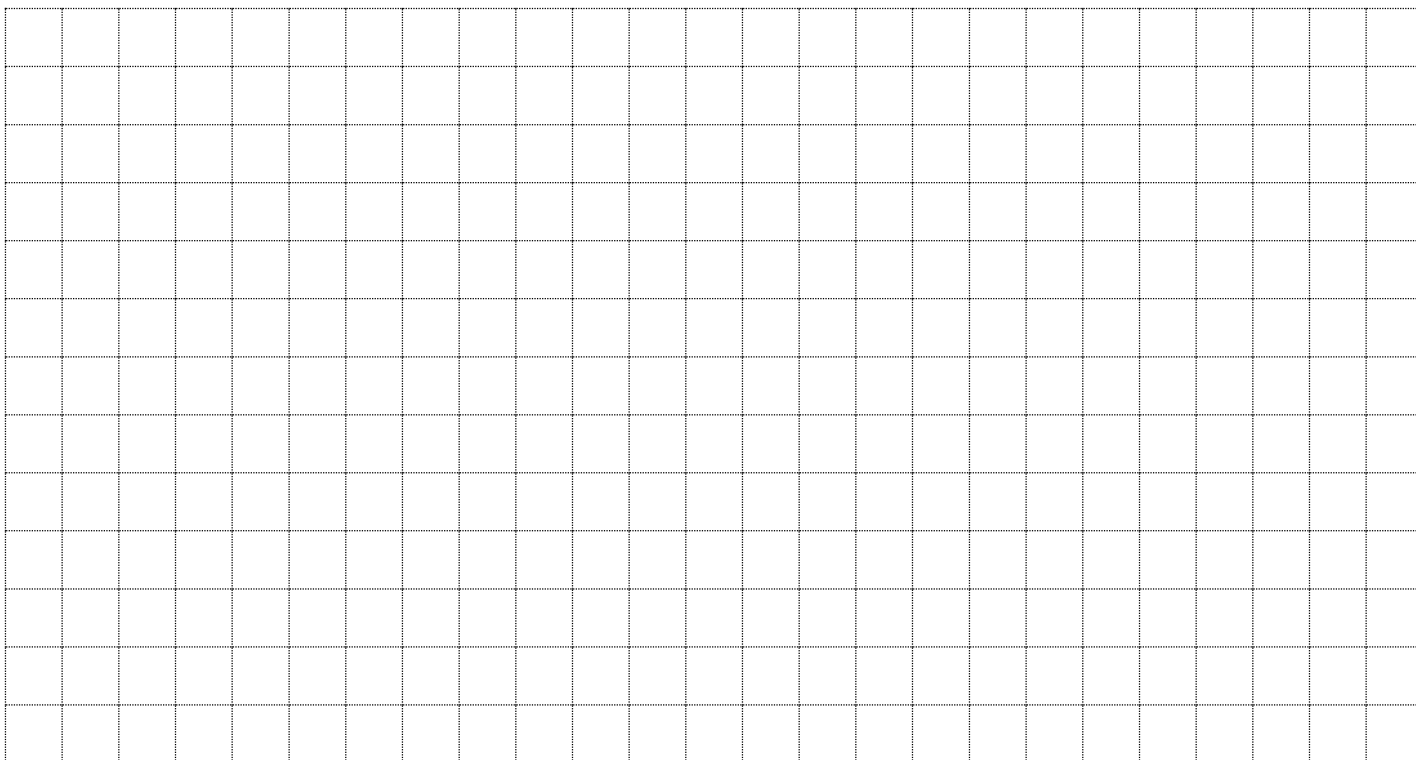




Bài 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và I là trung điểm của AB . Lấy M trên đoạn AD sao cho $AD = 3AM$.

- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .
- Đường thẳng qua M và song song với AB cắt CI tại N . Chứng minh rằng $NG \parallel (SCD)$.

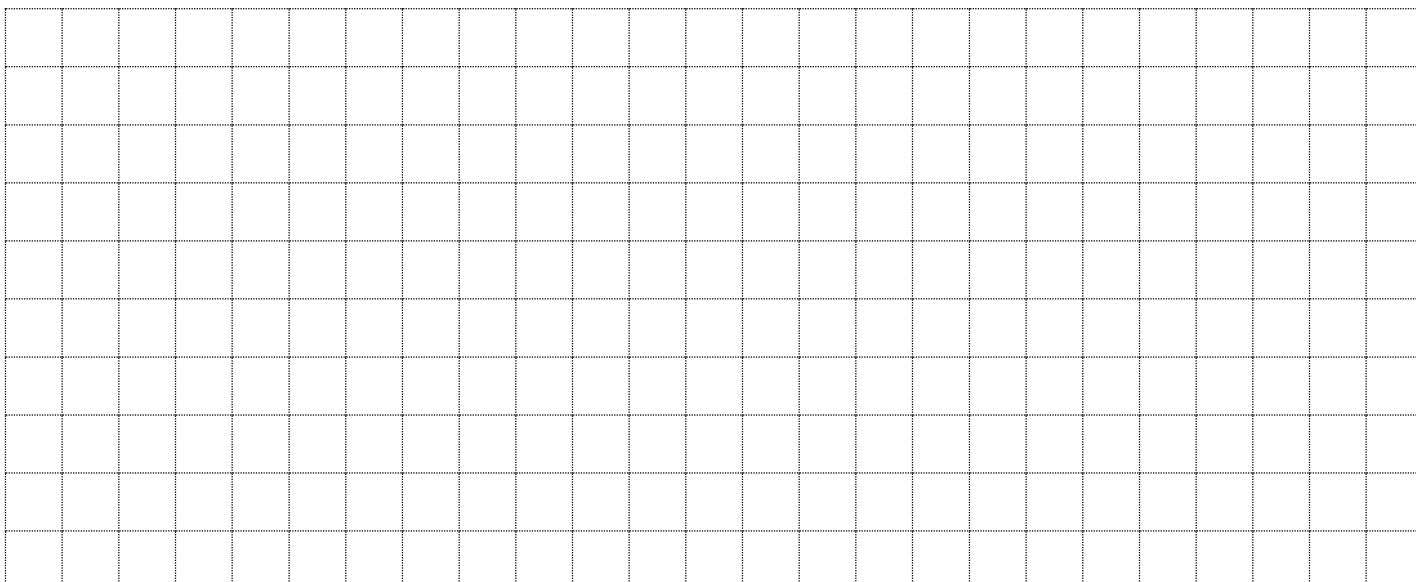
Giải:

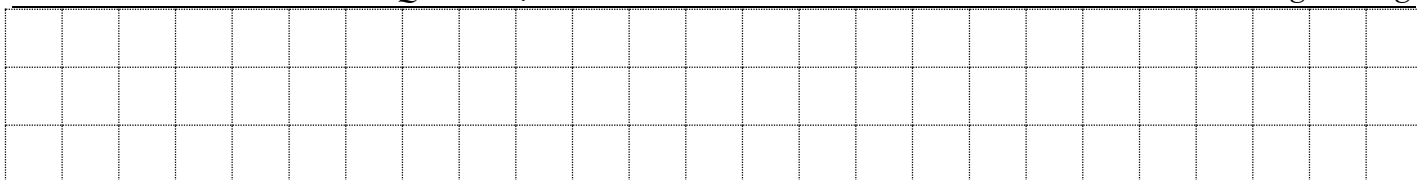


Bài 28. Cho tứ diện $ABCD$. Trên AB lấy điểm M . Cho (α) là mặt phẳng qua M , song song với hai đường thẳng AC và BD .

- Tìm giao điểm của đường thẳng SD và mặt phẳng (α) .
- Xác định thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng (α) , thiết diện là hình gì?

Giải:



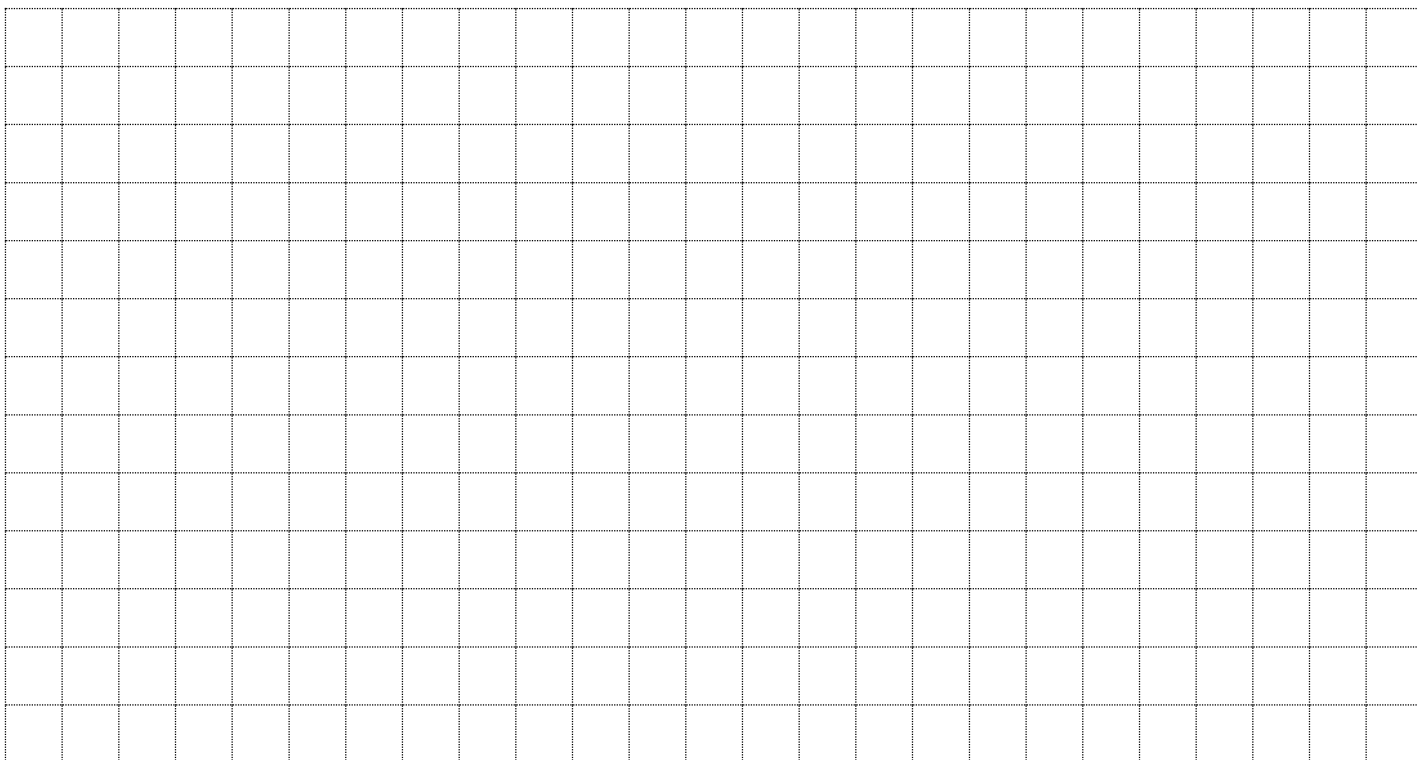


Bài 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có M là điểm thuộc AB sao cho: $MB = 2MA$. Gọi G là trọng tâm của $\triangle SBC$

a) Chứng minh: $GM \parallel (SAC)$.

b) Tìm $(SGM) \cap (SAC) = ?$

Giải:

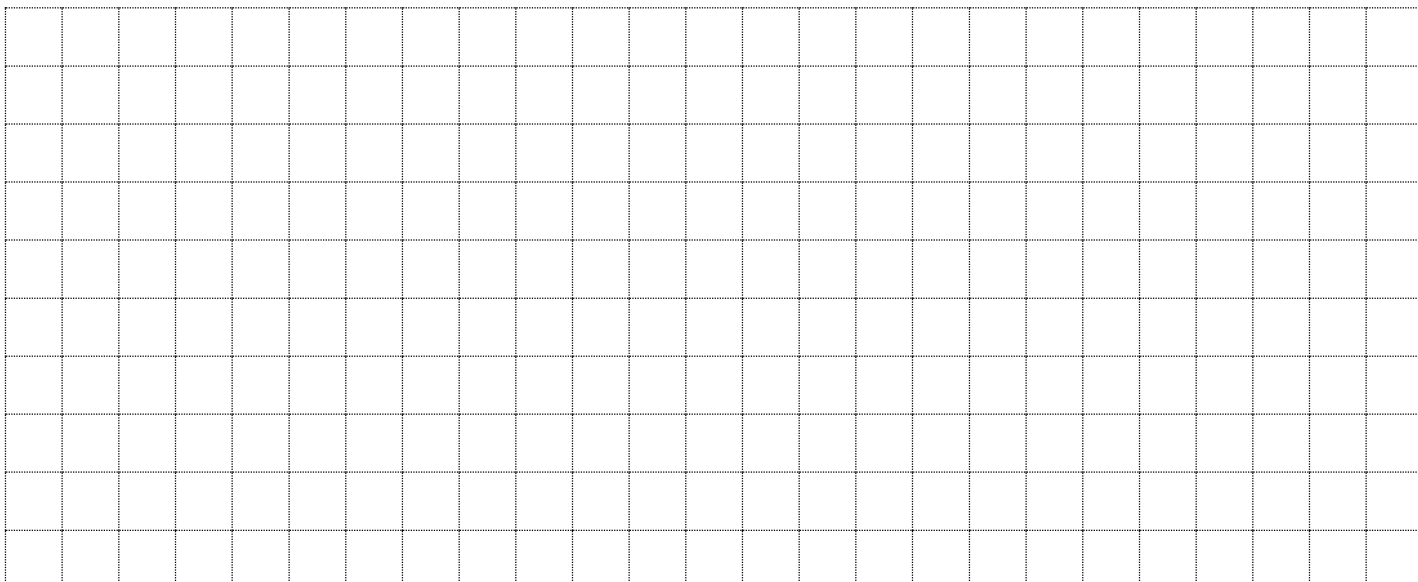


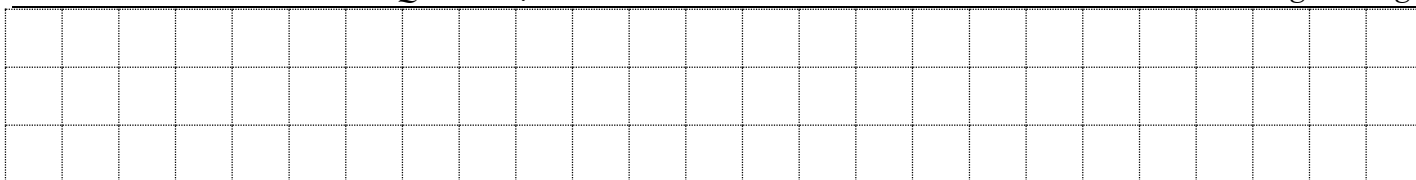
Bài 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi K trung điểm của SC .

a) Tìm $BK \cap (SAD) = ?$

b) Gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm M trên đoạn OB ($M \neq O, M \neq B$) và song song với 2 đường thẳng AC và SB . Tìm thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) .

Giải:



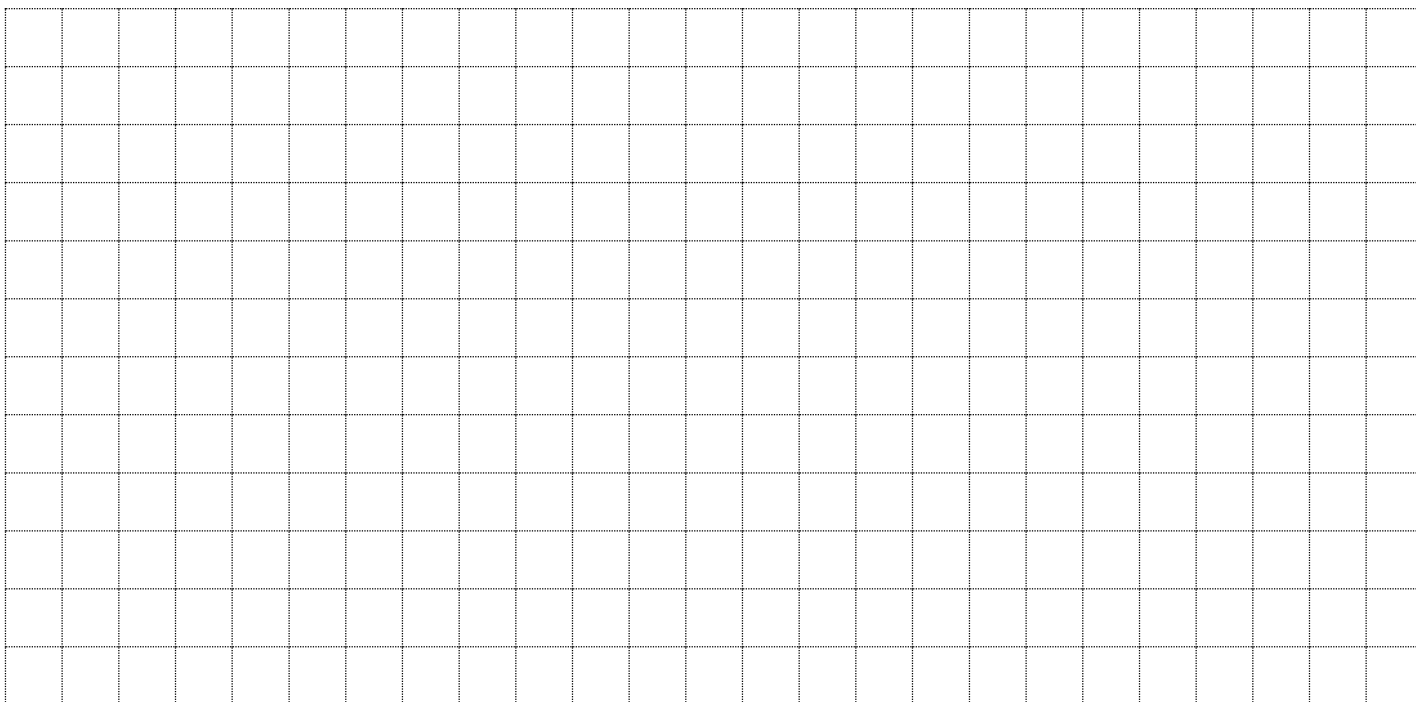


Bài 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có I, J lần lượt là trung điểm của AB, BC . Gọi G, K lần lượt là trọng tâm của $\triangle SAB, \triangle SBC$.

a) Chứng minh: $GK \parallel (ABC)$.

b) Lấy N là điểm thuộc miền trong của tứ giác $AIJC$. Tìm $SB \cap (GKN)$.

Giải:

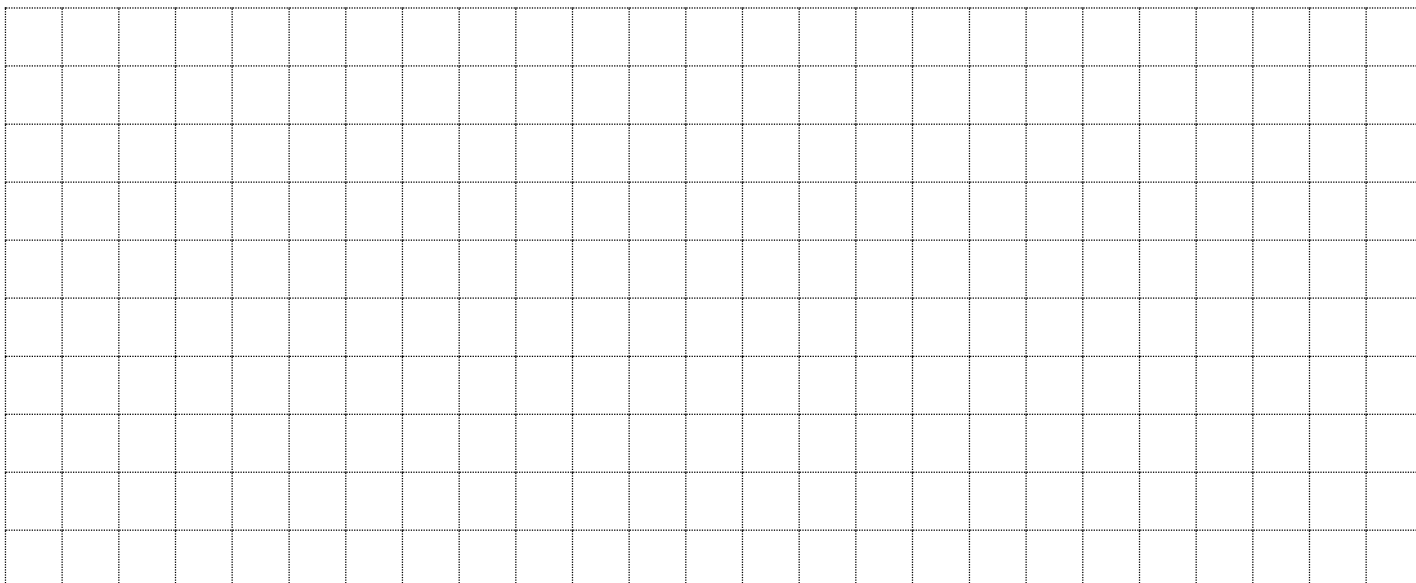


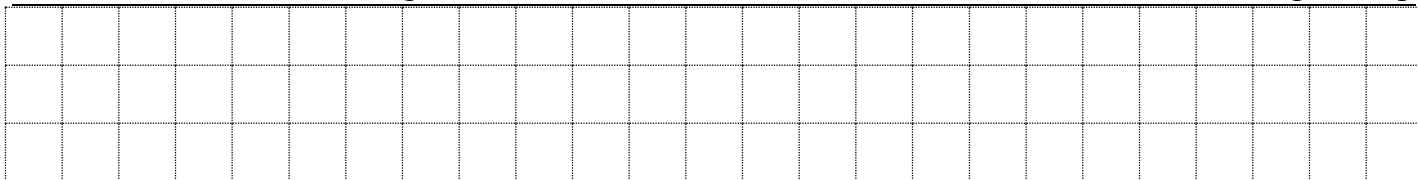
Bài 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O . Gọi M là điểm trên cạnh AB thỏa mãn $MB = 2MA$, N là điểm trên cạnh BC thỏa mãn $NC = 3NB$, P là trung điểm của SC .

a) Tìm $(DPO) \cap (SAD) = ?$

b) Tìm thiết diện của hình chóp cắt bởi (MNP) .

Giải:





Bài 33. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ACD, ABD .

a) Chứng minh: $G_1G_2 \parallel (BCD)$.

b) Tìm giao điểm giữa đường thẳng CG_3 và (AG_1D)

Giải:

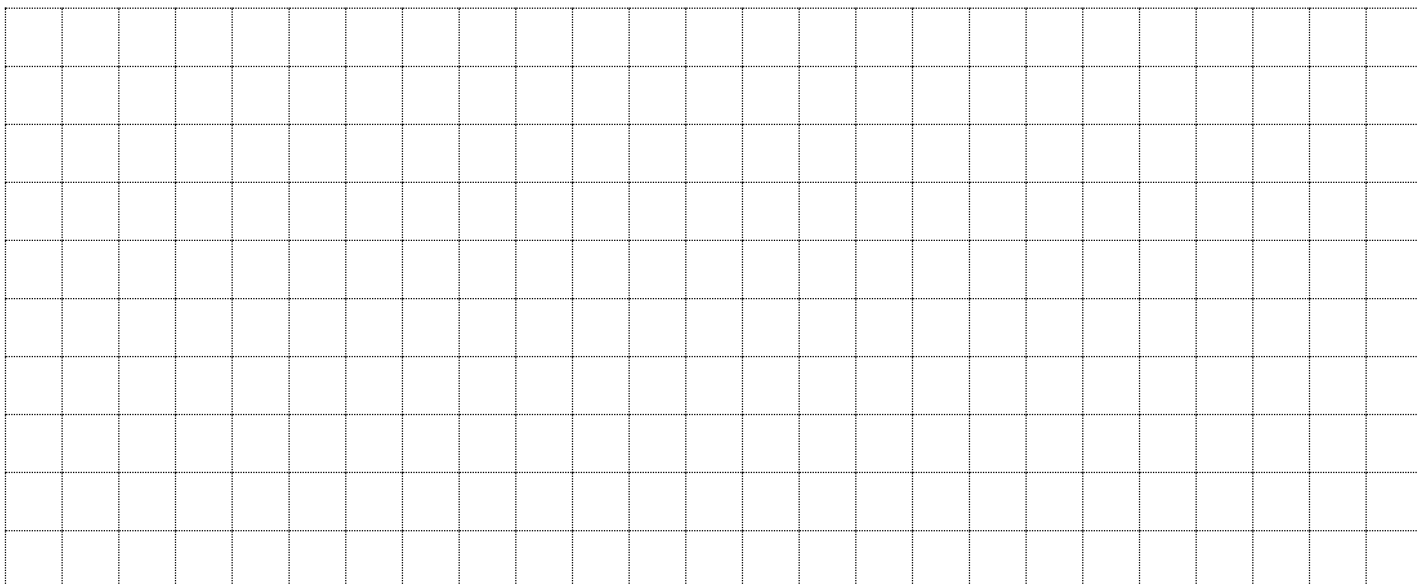


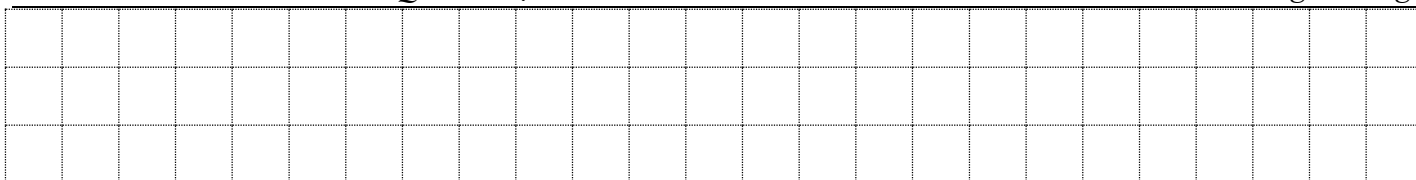
Bài 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng SA, BC, CD .

a) Tìm giao tuyến 2 mặt phẳng (MNP) và (SBD) .

b) Tìm thiết diện hình chóp cắt bởi (MNP) .

Giải:

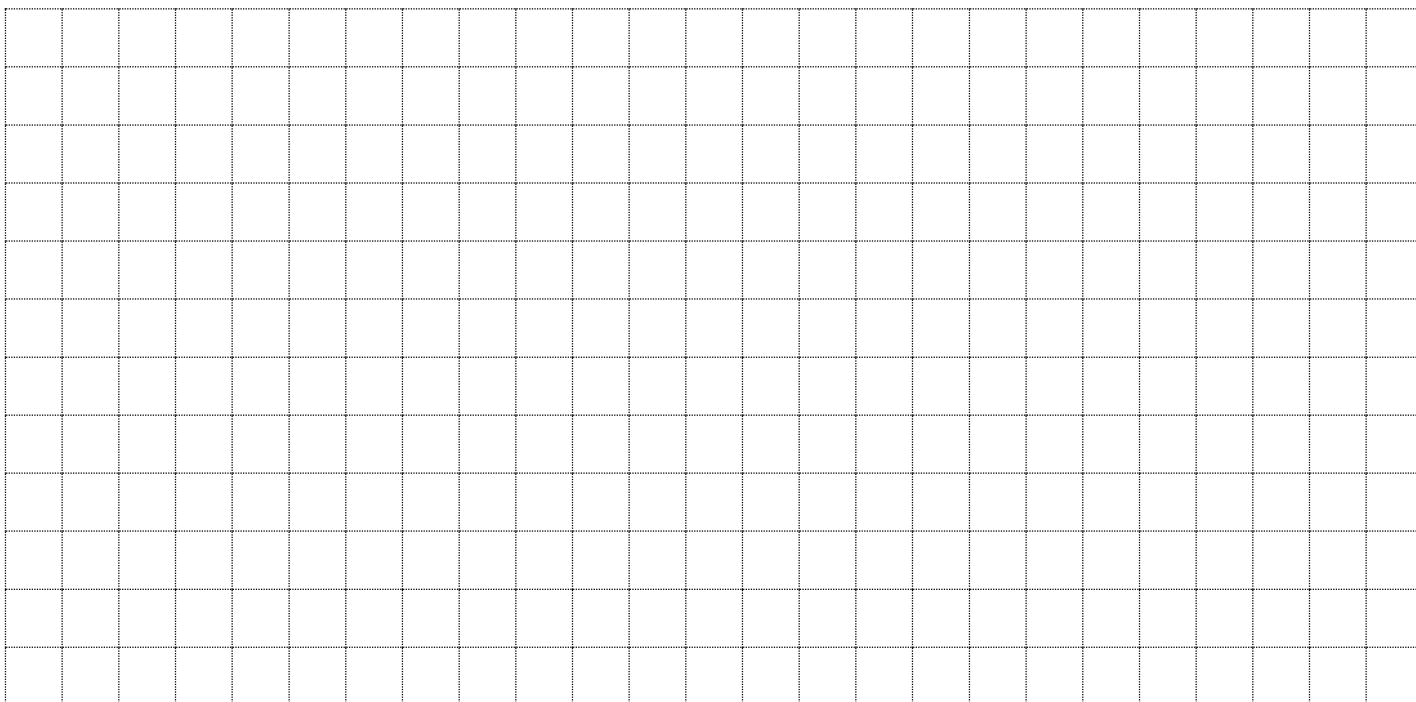




Bài 35. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC và G là trọng tâm tam giác BCD .

- Tìm giao tuyến 2 mặt phẳng (DMN) và (DCB) .
- Tìm giao điểm giữa đường thẳng MG và (ACD) .

Giải:

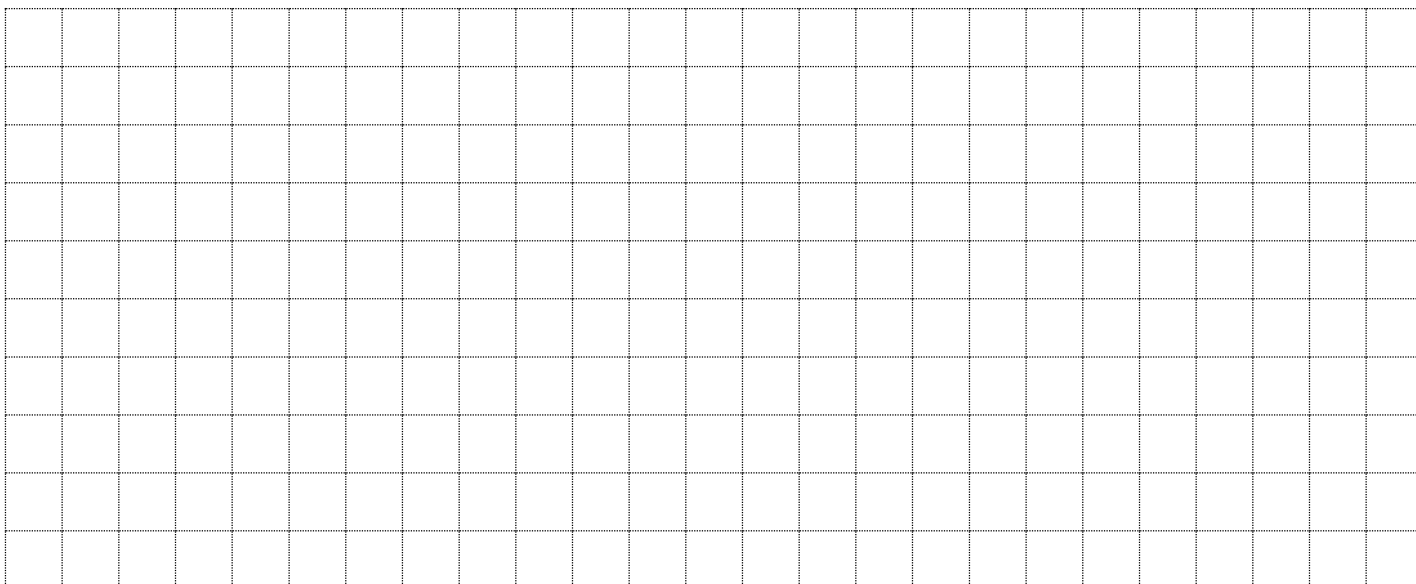


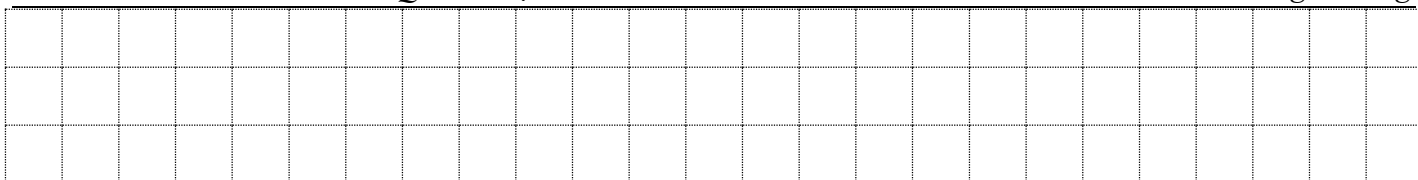
Bài 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang AD đáy lớn. Trên các cạnh CD, CA, SD lần lượt lấy

các điểm E, F, G sao cho: $CE = \frac{1}{4}CD, CF = \frac{1}{4}CA, DG = 3GS$.

- Chứng minh: $EF \parallel (SBC)$.
- Tìm thiết diện hình chóp cắt bởi (EFG) .

Giải:





Bài 37. Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác ABD . Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$.

a) Tìm giao tuyến 2 mặt phẳng (ABC) và (MDG) .

b) Chứng minh: $MG \parallel (ACD)$.

Giải:

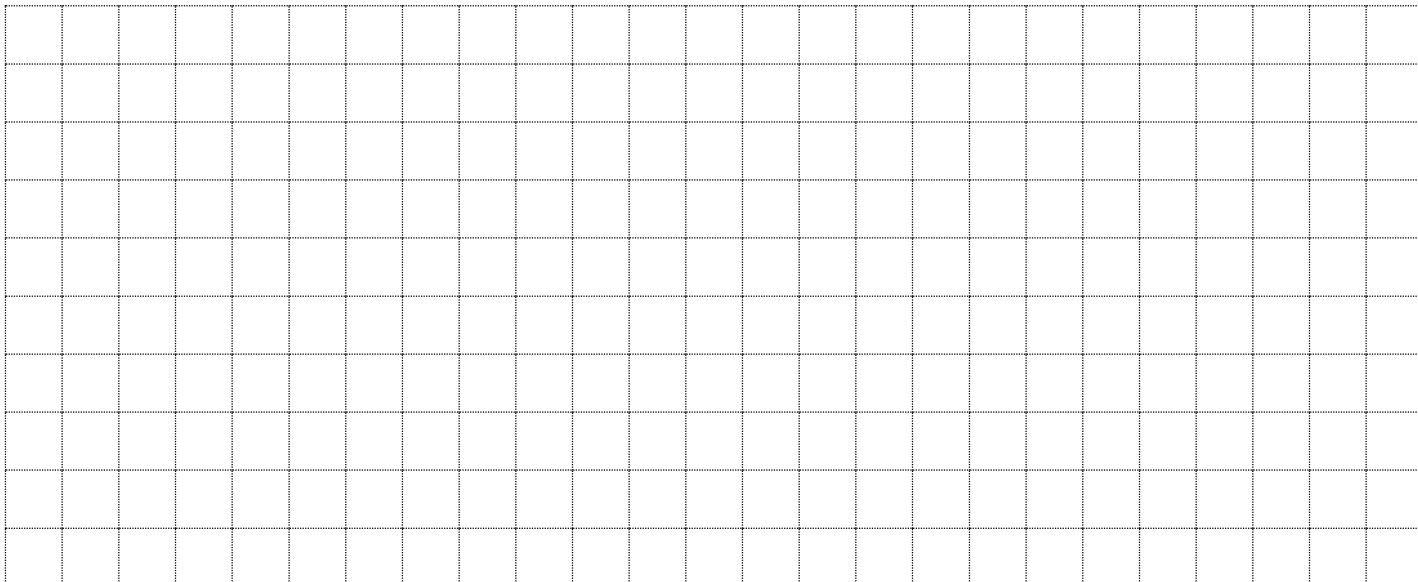


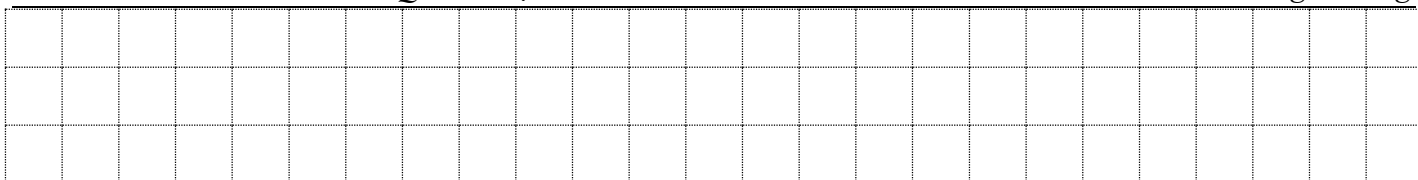
Bài 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng SB, SC, SA .

a) Tìm giao điểm giữa PN và (BDI) , với I là trung điểm của NC .

b) Tìm thiết diện hình chóp cắt bởi (CMP) .

Giải:

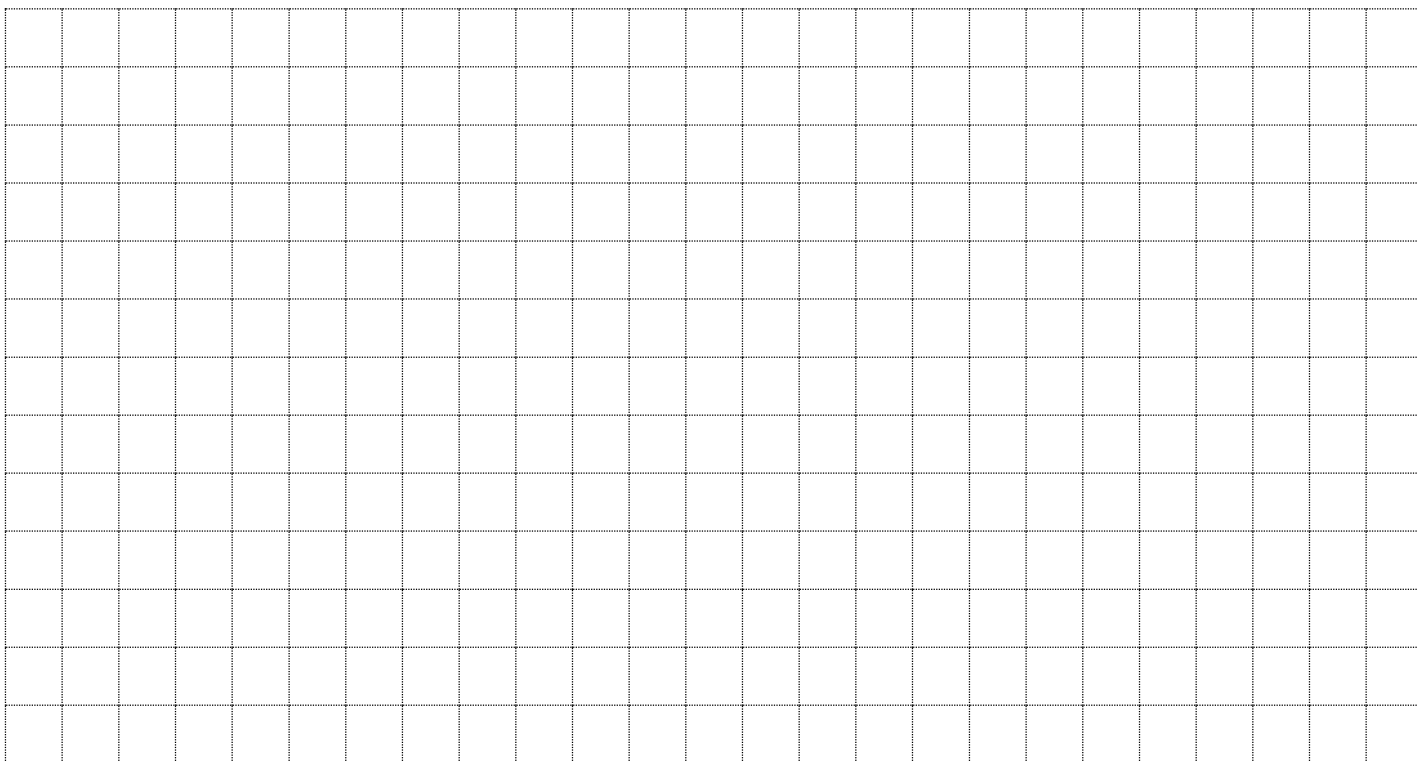




Bài 39. Cho tứ diện $ABCD$ có I và J lần lượt là trung điểm AC, BC . K thuộc BD sao cho $KD < KB$.

- a) Chứng minh: $IJ // (DAB)$.
b) Tìm giao tuyến của 2 mặt phẳng (IJK) và (ABD)

Giải:

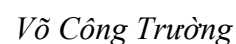


Bài 40. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang cân có AD không song song với BC . Gọi M là trung điểm của AD và (α) là mặt phẳng qua M , song song với SA, BD .

- a) Tìm giao điểm giữa đường thẳng AC và (α) .
b) Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) .

Giải:



[illegible]A full-page sheet of white graph paper featuring a light gray grid. The grid consists of small, equal-sized squares arranged in a continuous pattern across the entire page. There are no margins, text, or other markings present.This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.



Bài 43. (ĐỀ KT 17-18) Cho tứ diện $ABCD$ có I và J lần lượt là trung điểm AC và CD . K thuộc BD sao cho $KD > KB$.

a) Chứng minh: $IJ // (DAB)$.

b) Tìm giao điểm giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (IJK) .

Giải:



Bài 44. (ĐỀ KT 17-18) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng SA, BC, CD .

a) Tìm giao tuyến 2 mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

b) Tìm thiết diện hình chóp cắt bởi (MNP) .

Giải:

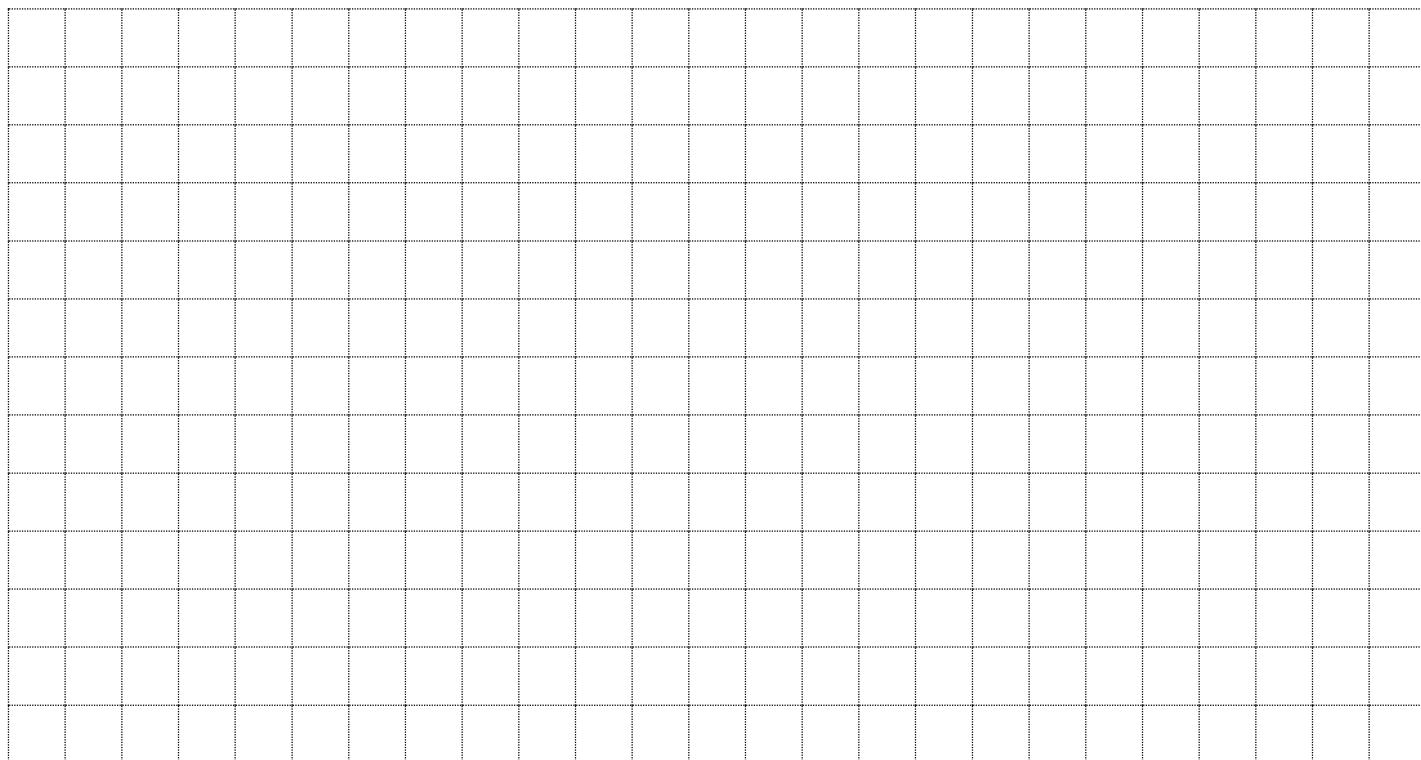




Bài 45. (ĐỀ KT 18-19) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của CD, CA và G là trọng tâm tam giác ABD .

- Tìm giao tuyến 2 mặt phẳng (BIJ) và (BDA) .
- Tìm giao điểm giữa đường thẳng IG và (ABC) .

Giải:



Bài 46. (ĐỀ KT 18-19) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O . Trên các cạnh BC, CO, SD lần lượt lấy các điểm E, F, G sao cho: $EC = 3EB, FO = 2FC, GS = GD$.

- Chứng minh: $GO \parallel (SBC)$.
- Tìm thiết diện hình chóp cắt bởi (EFG) .

Giải:

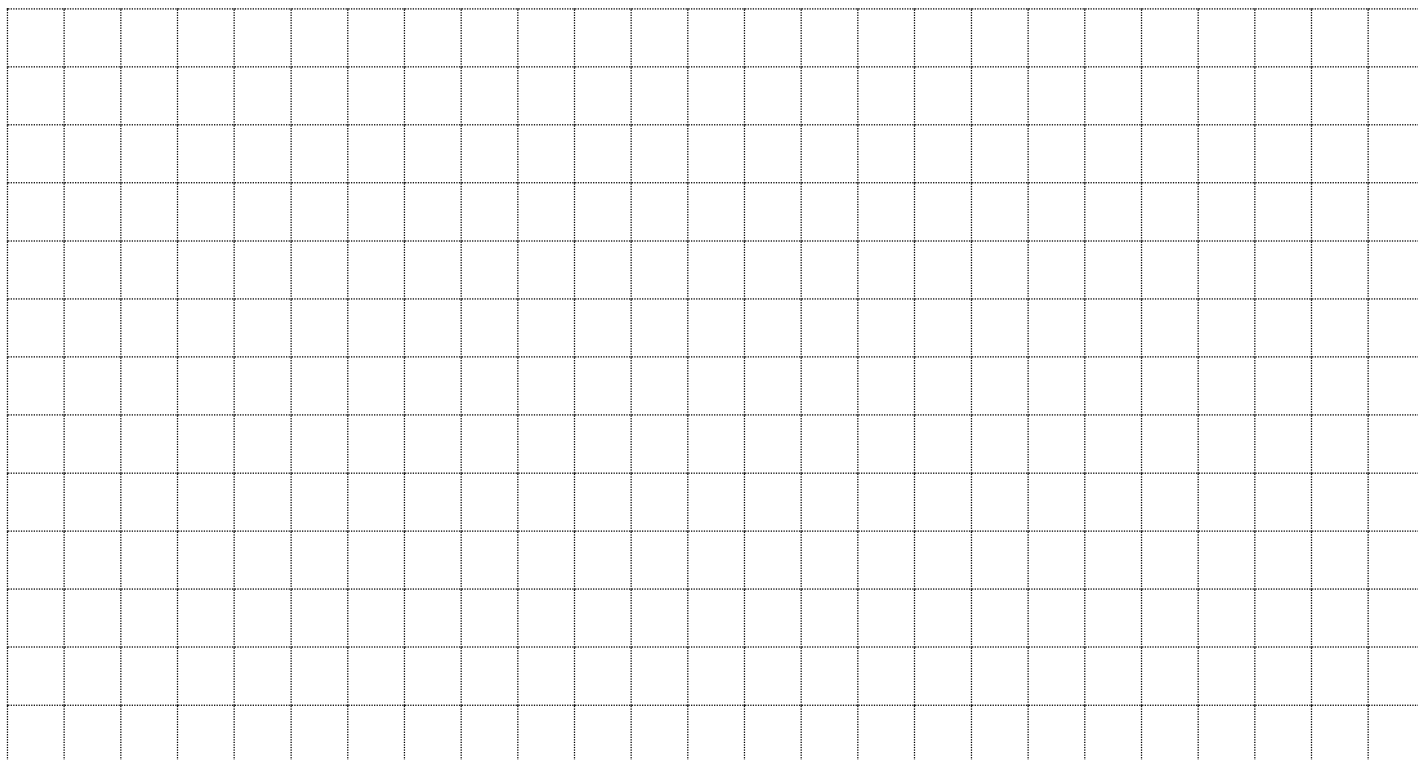




Bài 47. (ĐỀ KT 18-19) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AD, BD và G là trọng tâm tam giác ABC .

- Tìm giao tuyến 2 mặt phẳng (CHK) và (CBA) .
- Tìm giao điểm giữa đường thẳng HG và (BCD) .

Giải:



Bài 48. (ĐỀ KT 18-19) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O . Trên các cạnh AB, BO, SC lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho: $MB = 3MA, NO = 2NB, PS = PC$.

- Chứng minh: $PO \parallel (SAB)$.
- Tìm thiết diện hình chóp cắt bởi (MNP) .

Giải:



