

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 120 phút
(Không kể thời gian giao đề)

Bài 1: (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{x-3}{x}$ và $B = \frac{1}{x+3} - \frac{1}{3-x} + \frac{x}{x^2-9}$ với $x \neq 0$; $x \neq \pm 3$.

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = \frac{1}{2}$.
- Rút gọn biểu thức $P = A.B$.
- Tìm số nguyên x lớn nhất để $P = A.B$ nhận giá trị âm.

Bài 2: (2,0 điểm)

Giải các phương trình và bất phương trình sau:

- $7(x+6) - 51 = 11x - 45$.
- $\frac{x+1}{x-2} + \frac{x-1}{x+2} = \frac{2(x^2 - 2x - 2)}{x^2 - 4}$.
- $\frac{x-3}{2} - \frac{3x+2}{4} < \frac{1}{3}$.

Bài 3: (2,0 điểm)

a) Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng. Nếu tăng chiều rộng thêm 6m và giảm chiều dài đi 5m thì diện tích mảnh vườn tăng thêm $334m^2$. Tính diện tích của mảnh vườn lúc đầu.

b) Một bể nước hình hộp chữ nhật có chiều dài 25dm, chiều rộng 16dm, chiều cao 12dm. Hỏi bể nước chứa được bao nhiêu lít nước?

Bài 4: (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB < AC$, đường cao AH.

a) Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle HAC$.

b) Đường phân giác trong BE ($E \in AC$) của tam giác ABC cắt AH tại K. Chứng minh: $BA.BK = BH.BE$.

c) Cho $AB = 6cm$, $AC = 8cm$, tính $\frac{S_{\triangle AKB}}{S_{\triangle CEB}}$.

d) Đường thẳng qua C vuông góc với BE cắt BE tại D và cắt AB tại I. Chứng minh: $IA.AB = 2.AD.ID - AI^2$.

Bài 5: (0,5 điểm)

Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = a + b$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $S = \frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1}$.

Hết

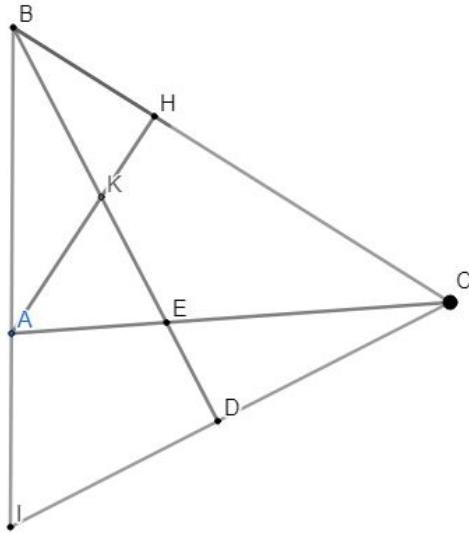
Họ và tên Số báo danh

ĐÁP ÁN – BIỂU ĐIỂM

	Nội dung	Điểm
Bài 1 (2điểm)	Cho biểu thức $A = \frac{x-3}{x}$ và $B = \frac{1}{x+3} - \frac{1}{3-x} + \frac{x}{x^2-9}$ với $x \neq 0; x \neq \pm 3$.	
	a) $x = \frac{1}{2}$ (thỏa mãn ĐK)	
	Thay $x = \frac{1}{2}$ vào biểu thức A tính được $A = -5$	0,25
	Vậy $A = -5$ khi $x = \frac{1}{2}$	0,25
	b) $P = A.B$ $= \frac{x-3}{x} \cdot \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{3-x} + \frac{x}{x^2-9} \right) (x \neq 0; x \neq \pm 3)$ $= \frac{x-3}{x} \cdot \left(\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x-3} + \frac{x}{x^2-9} \right)$ $= \frac{x-3}{x} \cdot \frac{x-3+x+3+x}{(x+3)(x-3)}$ $= \frac{x-3}{x} \cdot \frac{3x}{(x+3)(x-3)} = \frac{3}{x+3}$	0,25 0,25 0,25 0,25
c) $P = \frac{3}{x+3}$ với $x \neq 0; x \neq \pm 3$ $P < 0 \Leftrightarrow \frac{3}{x+3} < 0 \Leftrightarrow x+3 < 0 \Leftrightarrow x < -3$ Mà x là số nguyên lớn nhất nên $x = -4$ (thỏa mãn ĐKXD) Vậy $x = -4$ là giá trị cần tìm.	0,25 0,25	
Bài 2 (2điểm)	a) $7(x+6) - 51 = 11x - 45$ $\Leftrightarrow 7x + 42 - 51 = 11x - 45$ $\Leftrightarrow 7x - 11x = -45 - 42 + 51$ $\Leftrightarrow -4x = -36$ $\Leftrightarrow x = 9$	0,25 0,25
	Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{9\}$.	

	<p>b) $\frac{x+1}{x-2} + \frac{x-1}{x+2} = \frac{2(x^2 - 2x - 2)}{x^2 - 4} \quad (x \neq \pm 2)$</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{(x+1)(x+2) + (x-2)(x-1)}{(x-2)(x+2)} = \frac{2(x^2 - 2x - 2)}{x^2 - 4}$</p> <p>$\Rightarrow x^2 + 3x + 2 + x^2 - 3x + 2 = 2x^2 - 4x - 4$</p> <p>$\Leftrightarrow 4x = -8 \Leftrightarrow x = -2$ (không thỏa mãn ĐK)</p> <p>Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \emptyset$</p>	0,25
	<p>c)</p> <p>$\frac{x-3}{2} - \frac{3x+2}{4} < \frac{1}{3}$</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{6(x-3)}{12} - \frac{3(3x+2)}{12} < \frac{4}{12}$</p> <p>$\Leftrightarrow 6x - 18 - 9x - 6 < 4$</p> <p>$\Leftrightarrow -3x < 28$</p> <p>$\Leftrightarrow x > -\frac{28}{3}$.</p> <p>Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{x x > -\frac{28}{3}\}$</p>	0,25
	<p>$\Leftrightarrow -3x < 28$</p> <p>$\Leftrightarrow x > -\frac{28}{3}$.</p> <p>Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{x x > -\frac{28}{3}\}$</p>	0,25
Bài 3 (2điểm)	<p>1. Gọi x (m) là chiều rộng mảnh vườn lúc ban đầu (ĐK: $x > 0$)</p> <p>Chiều dài mảnh vườn lúc ban đầu là 3x (m)</p> <p>Diện tích lúc ban đầu là $3x^2$ (m²)</p> <p>Chiều rộng mảnh vườn lúc sau là x + 6 (m)</p> <p>Chiều dài mảnh vườn lúc sau là 3x - 5 (m)</p> <p>Diện tích lúc sau là (x + 6)(3x - 5) (m²)</p> <p>Theo đề bài ta có phương trình:</p> <p>$(x + 6)(3x - 5) - 3x^2 = 334$</p> <p>Giải phương trình được x = 28 (thỏa mãn)</p> <p>Vậy diện tích của mảnh vườn lúc đầu là: 3.28.28=2352 (m²).</p> <p>Kết luận: Diện tích của mảnh vườn lúc đầu là 2352 (m²).</p>	0,25
	<p>2. Thể tích bể nước là : $V = 12.16.25 = 4800$ (dm³) = 4800 lit</p> <p>Vậy bể chứa được 4800 lit nước.</p>	0,25
Bài 4 (3,5)		

điểm)



a. Xét $\triangle ABC$ và $\triangle HAC$ có:

\widehat{ACB} chung và $\widehat{BAC} = \widehat{AHC} = 90^\circ$ (tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH)

0,75

Suy ra $\triangle ABC \sim \triangle HAC$ (g.g)

0,25

b. Xét $\triangle ABE$ và $\triangle HBK$ có $\widehat{ABE} = \widehat{KBH}$ (BE là phân giác của góc ABC)

$\widehat{BAE} = \widehat{BHK} = 90^\circ$

0,5

Suy ra $\triangle ABE \sim \triangle HBK$ (g.g)

0,25

Suy ra $\frac{BA}{BH} = \frac{BE}{BK}$ Suy ra $BA \cdot BK = BH \cdot BE$

0,25

c. Áp dụng định lý pitago vào tam giác vuông ABC tính được $BC = 10$ cm.

0,25

Xét $\triangle AKB$ và $\triangle CEB$ có $\widehat{ABK} = \widehat{CBE}$ và $\widehat{BAK} = \widehat{ECB}$ (cùng phụ với góc ABC)

0,25

Suy ra $\triangle AKB \sim \triangle CEB$ (g.g)

0,25

Suy ra $\frac{S_{AKB}}{S_{CEB}} = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 = \frac{9}{25}$.

0,25

d. Chứng minh $\triangle IAC \sim \triangle IDB$ (g.g)

Suy ra $\frac{AI}{DI} = \frac{IC}{IB}$ Suy ra $IA \cdot IB = DI \cdot IC$

Tam giác BCI có BD là đường phân giác đồng thời là đường cao

Nên tam giác BCI cân tại B

0,25

Suy ra $ID = DC$.

	<p>Tam giác ACI vuông tại A có AD là đường trung tuyến nên $IC = 2AD$</p> <p>Vậy $ID \cdot 2AD = ID \cdot IC = IA \cdot IB = IA \cdot (IA + AB)$</p> <p>Suy ra $2AD \cdot ID = IA^2 + IA \cdot AB$</p> <p>Suy ra $2AD \cdot ID - IA^2 = IA \cdot AB$</p>	0,25
Bài 5 (0,5 điểm)	<p>+ Ta có $a^2 + 1 \geq 2a; b^2 + 1 \geq 2b \Rightarrow a^2 + b^2 + 2 \geq 2a + 2b \Rightarrow a + b \leq 2$ (Do $a^2 + b^2 = a + b$)</p> <p>+ Chứng minh được với hai số dương x, y thì $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$</p> <p>+ Do đó $S = 2 - \left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} \right) \leq 2 - \frac{4}{a+1+b+1} \leq 1$</p> <p>+ Kết luận: GTLN của S là 1, đạt được khi $a = b = 1$.</p>	0,5

Lưu ý: Học sinh giải cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.